

UACM

Universidad Autónoma
de la Ciudad de México

Nada humano me es ajeno

COLEGIO DE HUMANIDADES y CIENCIAS SOCIALES

LICENCIATURA EN FILOSOFÍA E HISTORIA DE LAS IDEAS

Metacognición y Lógica: El juego de mesa Quod Erat Demostrandum (Q.E.D.) y el Método COL

TRABAJO RECEPCIONAL

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIADO EN FILOSOFÍA E HISTORIA DE LAS IDEAS

P R E S E N T A :

HÉCTOR PAZ DÍAZ

DIRECTOR

DR. DAVID GAYTÁN CABRERA

Ciudad de México, junio de 2023.

SISTEMA BIBLIOTECARIO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE LA CIUDAD DE MÉXICO COORDINACIÓN ACADÉMICA

RESTRICCIONES DE USO PARA LAS TESIS DIGITALES

DERECHOS RESERVADOS[©]

La presente obra y cada uno de sus elementos está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor; por la Ley de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México, así como lo dispuesto por el Estatuto General Orgánico de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México; del mismo modo por lo establecido en el Acuerdo por el cual se aprueba la Norma mediante la que se Modifican, Adicionan y Derogan Diversas Disposiciones del Estatuto Orgánico de la Universidad de la Ciudad de México, aprobado por el Consejo de Gobierno el 29 de enero de 2002, con el objeto de definir las atribuciones de las diferentes unidades que forman la estructura de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México como organismo público autónomo y lo establecido en el Reglamento de Titulación de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México.

Por lo que el uso de su contenido, así como cada una de las partes que lo integran y que están bajo la tutela de la Ley Federal de Derecho de Autor, obliga a quien haga uso de la presente obra a considerar que solo lo realizará si es para fines educativos, académicos, de investigación o informativos y se compromete a citar esta fuente, así como a su autor ó autores. Por lo tanto, queda prohibida su reproducción total o parcial y cualquier uso diferente a los ya mencionados, los cuales serán reclamados por el titular de los derechos y sancionados conforme a la legislación aplicable.

CONTENIDO

CONTENIDO.....	1
AGRADECIMIENTOS.....	4
INTRODUCCIÓN.....	5
Objetivos.....	14
Objetivo general	14
Objetivos de la investigación sobre <i>Q.E.D.</i>	14
CAPÍTULO I.....	16
1.1. El aprendizaje	16
1.2. Dificultades de aprendizaje	20
1.3. Teoría cognitiva del aprendizaje	21
1.4. Importancia de la Lógica Matemática	23
1.5. La lúdica	25
1.6. Metacognición	28
1.7. Didáctica.....	31
CAPÍTULO II.....	33
2.1. Introducción a la Metodología de Campirán.	33
2.1.1 Habilidades analíticas de pensamiento	34

2.2. Desarrollo del Juego Q.E.D.....	37
2.2.1. Fase de diseño.....	37
2.2.1.1. Aplicación del componente educativo.....	37
2.2.1.2. Aplicación del componente técnico y estructural del juego	39
2.2.1.3. Aplicación del componente didáctico y metacognitivo.....	39
2.2.2. Origen del juego	41
2.2.3. Fase de producción	46
2.2.3.1. Antecedentes y Aplicaciones del juego	47
2.2.3.2. Objetivo del juego	49
2.2.3.3. Reglas de Q.E.D.	49
2.2.3.4. Componentes físicos de Q.E.D.....	54
CAPÍTULO III	56
3.1. Revisión de las Habilidades básicas del pensamiento: nivel pre-reflexivo de COL	57
3.2. Revisión de las Habilidades Analíticas del Pensamiento	59
3.3. Revisión de Habilidades Críticas y Creativas del Pensamiento	61
3.4. Tablas de Análisis COL-Q.E.D. y la Metacognición.	65
3.4.1. En la tabla del capítulo 1: 1er y 2do nivel en el Modelo COL. (Campirán, 2017, 27).....	66

3.4.2. En la tabla del Capítulo 2, Siete Habilidades analíticas de pensamiento: perspectivas disciplinar y transdisciplinar. (Campirán, 2017, 35)	67
3.4.3. En la tabla del Capítulo 3: HCP: modelo de siete. Espiral C1 a C7 (Campirán, 2017, 51).....	71
3.4.4. En la tabla del Capítulo 4: HP creativas: (Campirán, 2017, 66)	73
3.4.5. En la tabla del Capítulo 8: La habilidad crítica de pensamiento: proposición de modelo original Instrumento Guía. (Campirán, 2017, 151).....	77
CONCLUSIÓN	85
Líneas Futuras de Investigación.	86
BIBLIOGRAFÍA.....	88

AGRADECIMIENTOS

A mis dos viejos que me enseñaron a ser y que desde el cielo me siguen guiando: Gracias Estela y Sergio, se los debía.

Al amor de mi vida y mayor responsabilidad, con quien no existe una escuela para aprender a ser padre y de quien espero ser su ejemplo: mi hija Sophia Aztli.

A la mujer que decidió estar conmigo toda la vida, quien ha estado en las malas, en las peores y en los éxitos: Lucia Fuentes, gracias por ser, gracias por estar.

A mi asesor, quien en todo momento y durante mucho tiempo siempre me guió y confió en mí: David Gaytán.

A mi amigo, por desarrollar juntos una herramienta con el fin de enseñar y ayudar a los otros compañeros de la clase, sin pensar que con ello se nos abrirían muchas puertas: Amílcar Arroyo.

A mi casa de estudios Universidad Autónoma de la Ciudad de México y a la Academia Mexicana de Lógica, ambas por creer en el proyecto y hacerlo suyo.

Al Programa de Investigación en Ciencia y Filosofía, *Principhia*, UACM, donde tuve la oportunidad de llevar a cabo prácticas y conversaciones de este proyecto.

A todos los que directa o indirectamente contribuyeron en este trabajo, en especial en esta etapa tan larga de mi vida. A los profesores, amigos y alumnos, quienes en muchas pláticas me ayudaron en el desarrollo e ideas para este trabajo. Nunca, nunca es tarde para retomar...

INTRODUCCIÓN

Actualmente hay un uso, fuera de lo normal¹ y en horario nocturno, de aparatos electrónicos como celulares, *tablets* y laptops, que lleva a no contar con un momento de descanso o dispersión, lo cual implica no tener un tiempo disponible para el sueño. Este uso desmedido de equipos electrónicos durante la noche es conocido como “insomnio tecnológico” Bejarano, David. (2018). y provoca consecuencias notorias en la salud. Algunas de estas consecuencias son el estrés, la ansiedad, la depresión y el sedentarismo; incluso, este último podría producir otros problemas de salud como son la obesidad o la diabetes. Además, el insomnio tecnológico podría provocar un bajo rendimiento académico y laboral.

Por un lado, es importante destacar la conveniencia de una construcción lúdica presente en muchas de las distracciones que constituyen esta clase de síndrome desarrollado a partir de la tecnología, y por otro, al parecer, debería añadirse la conveniencia de que las distracciones de esta naturaleza estén asociadas a una retroalimentación que contribuya al desarrollo del individuo. En este sentido, lo que puede rescatarse en esta situación contemporánea es su sentido lúdico, y lo que habría que modificar sería la falta de su contribución al desarrollo humano.

Uno de los objetivos de esta tesis es presentar el uso de un juego de mesa, enfocado en la lógica proposicional, que se diseñó como un intento de combinar lo lúdico con el aprendizaje de la Lógica. Nuestra hipótesis central, en la presentación de este juego en esta tesis, es que se trata de un juego capaz de mejorar el desarrollo del proceso metacognitivo del estudiante, relacionado

¹ Con “Fuera de lo normal”, me refiero a que tales aparatos se usan fuera de los horarios establecidos como son los asignados en la escuela u horario de oficina.

específicamente con la habilidad de realizar demostraciones formales de validez en el cálculo proposicional clásico.

El presente trabajo se fundamenta en el diseño del material didáctico *Quod Erat Demonstrandum* (En adelante, *Q.E.D.*²), cuyo diseño se debe a Amílcar Arroyo y a Héctor Paz (el autor de esta tesis), durante el transcurso de sus estudios en la Licenciatura en Filosofía e Historia de las Ideas de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México, (UACM). Para tal material se contó con la asesoría de varios profesores de nuestra casa de estudios: Mtra. Gabriela Guevara, Dra. María Alicia Pazos, Prof. Alfredo Salazar Duque (†), Dr. David Gaytán Cabrera, Mtro. Rafael Mestre y Mtro. Mario Mancilla.

El juego está diseñado para fortalecer el proceso de enseñanza de la asignatura de Lógica de los compañeros estudiantes de nuestra Universidad y fue presentado por primera vez en el *X Encuentro Internacional de Didáctica de la Lógica* celebrado en Mazatlán, Sinaloa en el año 2007 y probado fructíferamente en varios contextos académicos, además formó parte de algunas competencias en el ámbito de la *V y VI Olimpiada Internacional de Lógica*, de la *Academia Mexicana de Lógica*. Centralmente, esta investigación explora los alcances que puede tener el uso del juego *Q.E.D.* en el desarrollo de habilidades cognitivas, especialmente en la metacognición. Respecto de las habilidades cognitivas examinadas en este trabajo, se ha elegido explorarlas tomando centralmente una metodología llamada “método COL”, que fue elaborada por el Profesor Ariel Campirán, la cual ha sido desarrollada ampliamente en la Universidad Veracruzana.

² Expresión usual entre algunos docentes, como señal para indicar que se había terminado con la demostración. Significa en latín: lo que se estaba demostrando.

En la presente tesis abordaré en el Primer Capítulo, todo el marco teórico desde el aprendizaje hasta la metacognición revisando los conceptos considerados “clave” en relación con las formas y los problemas que se encuentran en el aprendizaje. Igualmente plantearé la importancia de la lógica matemática, la importancia de lo lúdico, finalizando con la metacognición, con el propósito de lograr que se comprenda la importancia del aspecto pedagógico y lúdico en el proceso de enseñanza.

En el Segundo Capítulo abordaré la importancia de los juegos como instrumentos educativos y analizaré como una metodología, el método COL para vincularlo a *Q.E.D.*, además de analizar las habilidades de pensamiento como parte fundamental de la metacognición y del aprendizaje.

Finalmente, en el Tercer Capítulo ubicaré *Q.E.D.* dentro del método COL, revisando si cumple con cada uno de los niveles que dicho método nos marca, para encontrar si *Q.E.D.* cumple con el objetivo de ser un juego que pueda generar en el alumno un proceso de metacognición de las reglas de la lógica proposicional se pueda considerar como una herramienta de enseñanza para evitar que el aprendizaje se quede únicamente en la memorización de ellas.

Por ejemplo, en el aprendizaje de las tablas de multiplicar se da únicamente por la memorización de resultados, sin entender la secuencia lógica de cada uno.

Como seres humanos desde siempre nos hemos visto en la necesidad de estar resolviendo problemas, para poder sobrevivir. Esta situación no es ajena al ámbito educativo, ya que continuamente se refleja la misma situación.

Desde hace mucho tiempo, la solución de diversos problemas ha estado presente en las modificaciones de las actividades de enseñanza como una forma de mejorar la calidad en la educación. Conforme avanza el tiempo también las metodologías de la enseñanza se van modificando, adecuando y van buscando superar la idea de que el maestro es quien posee el conocimiento, mientras los estudiantes son quienes escuchan y elaboran los trabajos y tareas como prácticas recurrentes para aprender. Campirán (2017, 16) afirma que “El docente tradicional no espera algo nuevo por parte del alumno, más aún ni siquiera aprueba que el alumno exprese “yo pienso que...” o “yo propongo que”, lo cual es la base para un “yo inventé”. Resolver cierta clase de problemas exige una posición personal, propia, que es a la que se refiere Campirán en su propuesta. Resolver mediante una demostración formal de validez el problema de demostrar la validez de un esquema de argumento, creo que es una forma muy básica de resolver problemas que requieren esta capacidad relacionada con una posición personal.

Si se siguiera este principio, y se asumiera que pensar, proponer e inventar, son actos cognitivos que requieren de un aprendizaje significativo, también debería reconocerse entonces, que las metodologías de la enseñanza deben estar dispuestos a permitir que los alumnos promuevan y diseñen herramientas propias para llevar a cabo un verdadero aprendizaje significativo. En esta línea de pensamiento, debería hacerse una revisión de las metodologías empleadas, en el contexto de la teoría pedagógica que les subyace. Así, para realizar la revisión de las capacidades del juego *Q.E.D.*, será importante realizar una revisión, aunque muy general, de algunas teorías pedagógicas conocidas, y encaminarse con ello a una reflexión sobre la solución de problemas. Así, tomaré una serie de definiciones y aseveraciones de varios autores, para posteriormente integrar una perspectiva cognoscitivista con esta idea de pedagogía basada en problemas. Lo anterior tiene como

objetivo proponer una visión pedagógica que me sirva como punto de contraste para el análisis del juego *Q.E.D.*

Schoenfeld (1992), “expresa que hay tres grandes razones para avalar la importancia que tiene la solución de problemas en la enseñanza. La primera, se refiere al uso de los problemas como vehículos al servicio”³ teniendo como principal rol la justificación de las matemáticas con la vida cotidiana. La segunda, considera a la resolución de problemas como una habilidad, la cual es un “conocimiento” de enseñanza explícita en el *curriculum*. Relacionada con esta última razón, puede pensarse en la idea que tiene otro autor, Ruesga (2005, 1), de que “la matemática posee un doble potencial: informativo y formativo. El aspecto informativo se refiere a los métodos aplicables a una gran variedad de problemáticas sobre las que puede aportar una solución”. Ruesga (2005, 6) añade:

En matemáticas las relaciones se establecen a través de una lógica que utiliza los recursos de la lógica inferencial clásica. La secuencia con que se producen las cadenas inferenciales lógicas en cualquier problemática permite analizar cómo el individuo las utiliza y las comprende. Así encontramos estas cadenas inferenciales planteadas sobre situaciones que progresan en los dos sentidos señalados. Estas formas relacionales se presentan de forma entremezclada, casi conjunta y componen pasajes que permiten alcanzar el objetivo de la situación problemática a la que pertenecen.

Carmona & Díaz (2013,8), refiriendo a Torres, (2002 y 2006), aseguran que los juegos tienen grandes ventajas para el desarrollo humano y los valores que se potencian con ellos llevan a generar aprendizaje significativo, que contribuye a que el estudiante resuelva problemas relacionados con su contexto.

³ Citado por: Couret, Magaly. (2005, 1).

Aquí es donde, de manera transversal, entra la práctica pedagógica con el uso de ejercicios didácticos a través del juego. En lo que respecta a habilidades cognitivas existen varias taxonomías con diferentes estrategias o niveles, tema que no es lo central en esta tesis, ya que, lo que aquí hago es solamente tomar las que creo que concuerdan en algunas taxonomías, es decir generar una taxonomía propia para el uso del juego. Por ejemplo, la de Bloom y la de Marzano & Kendall⁴. Bloom en lo cognitivo señala tres dominios: afectivo, cognitivo y psicomotor; y seis niveles: conocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación. Marzano & Kendall indican tres sistemas del proceso de pensamiento: interno, metacognitivo y cognitivo; y seis niveles de procesamiento: conocimiento, comprensión, análisis, uso del conocimiento, sistema metacognitivo y sistema interno.

En el siguiente apartado se describen los aspectos relacionados con la contextualización, delimitación del problema, la pregunta de investigación, los objetivos y la justificación que se toma en consideración para sustentar el presente trabajo.

Las matemáticas, por su gran relevancia como eje del conocimiento científico, se enseñan en todos los niveles educativos alrededor del mundo. No obstante, se observa que los alumnos, en un porcentaje alto, enfrentan distintos problemas o complicaciones para su aprendizaje o entendimiento, por lo que se requiere proponer estrategias orientadas a solucionar el problema de aprendizaje en esta materia, enfrentando así el problema del aprestamiento⁵ en esta asignatura, desde el nivel de primaria, con el fin de evitar un rechazo y un desagrado hacia las matemáticas.

⁴ En Prado, Fabiola. (15 de noviembre de 2022).

⁵ Debemos entender “aprestamiento” como la etapa de adaptación en todos los sentidos, tanto físicos, como intelectuales que ayudará a la persona a tener un equilibrio entre la parte académica y la vida diaria.

Así ocurre en niveles superiores de la educación, donde ya la deficiencia en el entendimiento de las matemáticas es acumulativa y también en las asignaturas que requieren del uso de matemáticas.

Al considerar que la lógica y la matemática son disciplinas que conllevan métodos de razonamiento y que la lógica matemática estudia la inferencia mediante sistemas formales, como la lógica proposicional, la lógica de primer orden y la lógica modal, los problemas de aprendizaje regularmente se evidencian⁶; por lo que me centraré en los problemas de aprendizaje de la lógica y en *Q.E.D.* como propuesta para mejorar su entendimiento.

El presente trabajo de investigación tiene como propósito responder la interrogante que surgió a raíz de la problemática relacionada con los estudiantes de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México (*UACM*), al desempeñar los ejercicios de deducción natural de un curso de Lógica I, en el año 2007. Algunas preguntas que pueden simplificar el objetivo de *Q.E.D.* de aquel entonces son: ¿Cómo enseñamos de manera efectiva el funcionamiento de las reglas lógicas?, ¿Cómo logramos un aprendizaje correcto de la realización de pruebas formales de validez?, ¿Cómo logramos que entiendan los alumnos el uso de las reglas y no sólo las memoricen?

La investigación de la cuestión a la que hacemos frente en este trabajo, la iniciamos a partir de la dificultad generalizada de los alumnos de Lógica I, frente a la resolución de problemas lógicos, y, en consecuencia, a la dificultad para la acreditación de la asignatura. Como apoyo para el aprendizaje, y con la finalidad de acreditar la asignatura, se le pidió ayuda a compañeros y a

⁶ A mí parecer, seguimos con los mismos métodos de enseñanza, creemos que no se debe enseñar de un modo muy formal, cuando se puede enseñar de una forma lúdica, divertida. Al ver que los alumnos de Lógica II, no entendieron Lógica I, se crea *Q.E.D.* y al cambiar el método de enseñanza entonces lograron entender qué hacían. Esto lo experimenté cuando di clases de Lógica, y logré durante 7 meses trabajar con ejercicios de Raymund Smullyan, Sudokus, o cosas parecidas; después dediqué 3 meses a explicar que todo lo que hicieron fue estructura Lógica.

profesores de la Universidad para diseñar un juego basado en la estructura de las cartas, las damas chinas, el juego del uno y del ajedrez.

Cada uno de los juegos que realizamos durante nuestra vida contiene rasgos específicos que son capaces de revelar diversos factores de nuestra personalidad, necesidades, motivaciones e intereses que se hacen presentes en cada una de las etapas del desarrollo que nos son propias como seres humanos. Sin importar la edad, al tener contacto con un juego, cada individuo logra desarrollar sus habilidades cognitivas, las cuales Ana Brocado (2017) enumera en aptitudes físicas, inteligencia emocional, creatividad, imaginación, capacidad intelectual y habilidades sociales. Al mismo tiempo que desarrollan todo eso, los individuos disfrutan y se entretienen. En muchos adultos, el juego sigue siendo parte de su vida, les motiva, les emociona y los socializa. Tomemos como ejemplo los juegos online, los cuales socializan, entretienen y enseñan a muchos adultos.⁷

Sumado a lo anterior, el juego completa las necesidades del sujeto y es una actividad en la que elaboramos nuestros conflictos. Vigotsky (2009, 142) señala, por un lado, que “si las necesidades que no pudieron realizarse inmediatamente en su tiempo no surgieran durante los años escolares, no existiría el juego, ya que éste parece emerger en el momento en que el jugador comienza a experimentar tendencias irrealizables”. Es decir, si somos capaces de darnos cuenta de que el juego es una actividad que revela y, al mismo tiempo, permite satisfacer las necesidades que el jugador no puede cumplir “en la vida real”, nos es posible comprender que el juego evoluciona con nosotros, nos influye y, por ende, forma parte esencial del desarrollo de los alumnos.

⁷ Por ejemplo, destaca el papel de los juegos en situaciones de emergencia. Existen juegos que son desarrollados para saber actuar en terremotos y tsunamis (Tahna, creado por la UNESCO); otro juego que ha resultado muy efectivo para el aprendizaje de la anatomía humana es SPEED ANATOMY, y enseña por medio de juego los órganos del cuerpo.

Por otro lado, Vigotsky también plantea que el juego resuelve la tensión entre el querer y no poder, entre tener el deseo de algo y no poderlo conseguir, y lo hace gracias a que al jugar se entra en un mundo ilusorio e imaginario, creando situaciones imaginarias a las que transportan sus necesidades, motivaciones y circunstancias vividas. Así como las necesidades, expectativas, percepciones, experiencias y significados varían durante la vida, así también lo hace el juego.

En definitiva, los puntos importantes tanto especiales o relevantes del juego no son el placer ni la creación propiamente como tal, sino más bien, que los jugadores crean situaciones imaginarias que extrapolan la realidad, a partir de la cual desarrollan su pensamiento abstracto. El juego es parte de nuestra vida desde épocas muy tempranas, tan sólo se sabe que, en la vida de los estudiantes y de los niños, por medio del juego integran la fantasía y la realidad en su actuar, por lo que son capaces de autorregularse y construir su propio imaginario, un imaginario único y personal, que se basa en las experiencias individuales y grupales vividas por los sujetos; asimismo, aprenden a saber y a cometer errores, el mismo juego les aporta diferentes formas de aprender ya que hace que participen y logren crear una forma de libertad de expresión dentro de la enseñanza (Burillo, 2018).

De lo examinado en los párrafos anteriores, podemos tener como consecuencia que usar el juego como parte de la educación, aprendizaje y reforzamiento es una actividad efectiva en la enseñanza, que ha sido muy explorada por la pedagogía con excelentes resultados (Montero, 2017). Es por ello por lo que planteo la misma estrategia, pero para un nivel avanzado de educación y enfocada en el desarrollo de habilidades para la comprensión de la asignatura de Lógica; es decir, orientada a la educación superior. El desarrollo de nuestra estrategia al crear *Q.E.D.* se constituyó de los siguientes lineamientos u objetivos.

Objetivos

Objetivo general

Contribuir en la mejora metacognitiva de estudiantes de Lógica, a través del juego de mesa *Quod Erat Demonstrandum (Q.E.D.)*. Este juego impulsaría la capacidad de los estudiantes para desarrollar Demostraciones Formales de Validez, de Cálculo Proposicional.

El juego fue desarrollado y, al probarse en diversos contextos, mostró ser de utilidad para estas habilidades de desarrollar demostraciones. En el transcurso de sus diversas pruebas, me di cuenta cada vez con mayor certeza de que la manera en que estas habilidades eran impulsadas a través de Q.E.D, tenía algo que ver con la forma en que los estudiantes se veían impulsados a considerar diversas estrategias para la resolución de la demostración. Esto parece estar conectado con el concepto de metacognición, usado en algunas teorías pedagógicas.

Así, los objetivos derivados de una investigación que aborden esta conexión con la metacognición, constituyen la propuesta de esta tesis. Dichos objetivos pueden describirse del siguiente modo:

Objetivos de la investigación sobre *Q.E.D.*

- Describir la mecánica del juego en el contexto de algunas teorías didácticas.
- Caracterizar la metacognición que creemos que es susceptible de ser alcanzada por los jugadores de *Q.E.D.*
- Contrastar a partir del método COL, desde la perspectiva de Ariel Campirán, la efectividad del juego *Q.E.D.* para el desarrollo de la metacognición.

La hipótesis que me atrevo a proponer, desde este punto de mi investigación, es que hay algunas diferencias importantes de la metacognición involucradas en *Q.E.D.*, respecto de la metacognición explorada en el método COL, tal como se le describe en algunos de sus textos clave. Para explorar la plausibilidad de esta hipótesis, me propondré primero revisar algunos conceptos y teorías pedagógicos, y luego, principalmente analizar el juego de mesa *Q.E.D.* con base en el método COL, y revisar en cada uno de los niveles del método si es que *Q.E.D.* cumple con ellos; de este análisis, intentaré derivar algunas conclusiones.

CAPÍTULO I

En el presente capítulo examino los conceptos clave relacionados con el aprendizaje, sus tipos, los problemas en el aprendizaje, la importancia de la lógica matemática, lo lúdico, la metacognición y otros elementos que se abordarán a lo largo del presente escrito. Lo anterior, con el fin de establecer el estado de la cuestión pedagógica general y, con esos elementos, nutrir la noción de metacognición que tomaré como punto de partida.

1.1. El aprendizaje

Hay teorías del aprendizaje que sostienen que todo conocimiento se presenta como construcciones mentales simbólicas en la mente del aprendiz. El proceso de aprendizaje es el medio a través del cual esas representaciones simbólicas son consignadas en la memoria. Aprender significa, para estas teorías, incluir nuevas representaciones en la memoria y empezar a generar algún tipo de estructura cognitiva dentro de la cabeza de cada uno (Villanueva, 2018).

A lo largo de la historia han existido muchas corrientes que han intentado dar una definición más amplia del concepto de aprendizaje. Un ejemplo es el conductismo, que se fundamenta en el estudio de los seres humanos conforme a la observación de su conducta. En esta corriente se menciona el reforzamiento de los grupos y las recompensas por aprendizaje como algo fundamental en el aprendizaje. Otro ejemplo es el conectivismo,- el cual algunos identifican como una teoría para la era digital (Barón, Norma. (s.a, 1); y como un intento de dar una explicación del aprendizaje en el contexto de la información vinculada con las nuevas tecnologías. Otro caso es la corriente del cognitivismo, que rechaza el individualismo y asume lo social, dando origen a la noción de

aprendizaje situado. Finalmente puede mencionarse al constructivismo, en el que el aprendizaje no sólo es una acumulación de conocimientos sino, más bien, un proceso donde el alumno construye su propio conocimiento.

Encuentro muy interesante que el constructivismo asume que el instructor no es la fuente del conocimiento, sino un facilitador que orienta y anima a los alumnos a que descubran nuevas ideas y construyan su conocimiento mediante experimentos y resolución de problemas reales.

Y algo que considero un acierto en la perspectiva conectivista, por otro lado, es que asegura que el aprendizaje es caótico, es decir, no tiene un orden establecido; el aprendizaje es continuo, no tiene un punto de inicio y un punto final, considerando que el aprendizaje se vuelve un proceso de desarrollo y comunicación continua.

El aprendizaje es complejo y corresponde a un proceso de colaboración, en donde todos son cocreadores. Aquí se ve al aprendizaje como un proceso de conexión de nodos o centros de información donde la enseñanza está en función del usuario y sus necesidades. Los modelos tradicionales de enseñanza se van haciendo obsoletos al momento de que existe un desarrollo social y tecnológico, las cuales empiezan a ser espacios de comunicación que se pueden usar como formas de enseñanza. Éstas pueden ser didácticas para las generaciones actuales. (Cano, *et al*, 2013).

Según el *Diccionario de la Real Academia Española* (2022), el **aprendizaje** se define como una “Acción y efecto de aprender algún arte, oficio u otra cosa”, y la palabra **aprender**, significa “Adquirir el conocimiento de algo por medio del estudio o de la experiencia” DRAE. (2022).⁸. Si consideramos el conocimiento asociado a la noción de aprendizaje, debería tener ciertos procesos

⁸ DRAE. (2022).

subjetivos de manera necesaria, como los de captación, incorporación, retención y utilización de la información, ergo el **aprendizaje** siempre está en inter relación continua con su entorno. Algunos autores lo definen como un cambio de la disposición o capacidad humana, con carácter de relativa permanencia y que no es atribuible simplemente al proceso de desarrollo. Implica adquirir y modificar conocimientos, estrategias, habilidades, creencias y actitudes que deben producirse como resultado de la experiencia del aprendiz y su interacción con el mundo (Morales, 2017). Si lo concebimos de ese modo, el proceso individual y progresivo del conocimiento se inicia con el nacimiento, continúa durante toda su vida y conduce esencialmente al individuo a adquirir nuevas formas de comportamiento o a modificar formas de conocimiento y a adquiridos, de modo que está en constante contacto con el ser humano a lo largo de toda su existencia, ya que la naturaleza del hombre permite que pueda continuar aprendiendo durante toda su vida sin importar su edad cronológica (Bobadilla, 2016).

Una impresión que he tenido a través de las lecturas que he realizado sobre pedagogía y que estaré mencionando en esta investigación, es la siguiente: Cuando se habla de aprender es necesario el poder relacionar nuevos conceptos, pero siempre desde las ideas previas que se poseen, (parte de las habilidades cognitivas), pues se debe entender que el aprendizaje es una construcción del conocimiento de una manera lógica y coherente para que entonces se logre crear un aprendizaje significativo, el cual no debe ser un aprendizaje a corto plazo o sólo quedarse en la memorización, sino que para ello se debe contar con una estrategia didáctica, que logre ir construyendo conocimiento entre profesor y alumno, hasta lograr una red de conocimiento que sea a largo plazo. En la tabla 1 se resume la clasificación de los tipos de aprendizaje.

Tabla 1: Tipos de aprendizaje

Tipo de aprendizaje	Características
Aprendizaje receptivo,	El estudiante recibe el contenido que ha de interiorizar, sobre todo pautado por la explicación del docente, el material impreso, la información audiovisual, los ordenadores, etc. Sólo necesita comprender el contenido para poder reproducirlo.
Aprendizaje por descubrimiento	En esta forma el estudiante debe descubrir el material por sí mismo, antes de incorporarlo a su estructura cognitiva. Este aprendizaje por descubrimiento puede ser guiado o inducido por el docente
Aprendizaje memorístico:	Surge cuando la tarea del aprendizaje consta de asociaciones netamente arbitrarias o cuando el sujeto lo hace de manera intencional y arbitrariamente. Supone una memorización de datos, fórmulas, hechos o conceptos con escasa o nula interrelación entre ellos.

(APAZA, 2020)

Otro aspecto relacionado con el aprendizaje que algunos investigadores enfatizan como importante, es la evaluación, que en su sentido formativo constituye un elemento indisoluble. Su esencia está en la percepción que tiene el estudiante de la existencia de una brecha entre la meta deseada y su estado actual, y de la acción que se toma para llegar a dicha meta. Por ello, uno podría pensar, entonces, que el rol docente debería ser ayudar a desarrollar la capacidad del estudiante para reconocer y cerrar brechas. De esta forma, la autoevaluación adquiere un carácter imprescindible, ya que implica un compromiso responsable con su propio aprendizaje, para lo que requiere comprender las metas u objetivos y su posición frente a éstos. Es relevante que el estudiante comprenda los objetivos de aprendizaje, así como los criterios de evaluación y tenga la oportunidad de reflexionar sobre su trabajo.

La idea es que los estudiantes se incorporen en la construcción de criterios de evaluación y en juicios de calidad sobre ellos, que desarrollen las habilidades para que luego confluyan con las del docente. Es en este momento donde se da el primer paso para el aprendizaje exitoso. De ahí la

importancia de que las tareas y actividades sean nuevas, variadas, interesantes, desafiantes, que favorezcan plantearse auto desafíos a corto plazo, revelen lo significativo del aprendizaje y apoyen el desarrollo de estrategias de aprendizajes efectivo. (Ruz, 2018, 14)

Normalmente el ser humano aprenderá aquello a lo que le encuentra utilidad y sentido y rechazará o ignorará lo que no es de utilidad, por lo que muchos autores, entre ellos Ausubel, plantean la idea de aprendizaje auténtico, que es un aprendizaje significativo en el que el estudiante relacionará toda la información nueva con la información que ya posee, lo cual hará que sea un aprendizaje auténtico, duradero y con sentido.

El aprendizaje significativo es un aprendizaje relacional y que tiene sentido, ese sentido lo brinda la relación del nuevo conocimiento con conocimientos anteriores, con la propia experiencia y con situaciones cotidianas y reales. Está referido a utilizar los conocimientos previos del estudiante para construir un nuevo aprendizaje, de manera que el maestro se convierte únicamente en el mediador entre los nuevos conocimientos a adquirir y los estudiantes, los estudiantes participan en lo que aprenden. Para lograr la participación del estudiante se deben crear estrategias que permitan que el estudiante se encuentre dispuesto y motivado para aprender (Villanueva, 2018).

1.2. Dificultades de aprendizaje

Como bien se sabe cuando hablamos de aprendizaje, se conoce que cada persona aprende de manera distinta, algunos de forma auditiva, otros, visual, algunos más usan predominantemente

lo verbal, otros, lo kinestésico, unos más, combinando algunos de los anteriores. Cada persona tendrá carencias en su aprendizaje en algún momento de su vida y sobre algún tema en específico.

La concepción de las dificultades en el aprendizaje ha tenido como una de sus bases la heterogeneidad de la población escolar a la que hacen referencia: “Este alumnado se caracteriza por la presencia de algunos de los rasgos siguientes: desórdenes en los procesos cognitivos (percepción, atención, memoria...), impedimentos neurológicos (disfunción cerebral mínima...), déficit de atención e hiperactividad o inteligencia límite.” Un cuadro clasificatorio con tal variedad de rasgos, desórdenes, impedimentos, déficits y discapacidades requiere precisiones terminológicas, diagnósticas y de intervención, para evitar que las dificultades en el aprendizaje lleguen a convertirse en un *totum revolutum*: en el que todo parezca relacionado e indicado. (Romero, Juan Francisco y Rocío Lavigne; 2005, 10).

1.3. Teoría cognitiva del aprendizaje

La teoría cognitiva está basada en los procesos mediante los cuales el hombre adquiere los conocimientos. Se preocupa del estudio de procesos tales como lenguaje, percepción, memoria, razonamiento y resolución de problemas. “Manifiesta que tiene gran importancia vincular los conocimientos previos, con los aprendizajes nuevos para mejorar la mejor [sic] comprensión y que el aprendizaje no refleja la realidad como lo muestra el conductismo en su teoría de reflexión, sino la propia construcción del individuo.” (Poma, Ingrid. & Reyes, Miriam. 2019, 18)

Esta teoría nos dice que el aprendizaje se crea a partir de esquemas y éstos se crean al pensar, por medio del análisis de los procesos mentales los cuales resultan en un aprendizaje más

fácil. Un resultado que esta concepción, al aplicarse, tendría, es que la información obtenida pueda ser memorizada por mayor tiempo.

Orbergoso indica que el estudio del desarrollo cognitivo nos da la oportunidad de conocer las capacidades y restricciones de los individuos en cada etapa de la vida y así poder medir las capacidades cognitivas de cada persona. Una consecuencia de ello es que se lograría que el aprendizaje de cada persona sea más práctico.

Vygotsky nos conduce a la idea de que el proceso de aprendizaje está condicionado al contexto social de cada persona, este tejido social formará parte del desarrollo de cada persona, lo que le ayudará a aprender con facilidad. Ausubel afirma que el proceso de aprendizaje tiene que ser de forma significativa. Piensa que la forma de enseñar tradicional sólo hace que el aprendizaje sea ineficaz e incompleto, porque es repetitivo y no permite que la persona logre ordenar sus conocimientos.

Al hablar de las estrategias de enseñanza, deben establecerse los distintos procesos de métodos y técnicas de enseñar, así como las formas de aplicar dichos procesos. Estos procesos serán similares o equivalentes a la formación de conocimientos, logrando aplicar estrategias, métodos y técnicas⁹ adecuadas para alcanzar las metas propuestas en cada uno de los estudiantes.

Es importante que el profesor al momento de enseñar intente en la medida de lo posible estar combinando métodos y técnicas para lograr una participación de la mayoría de los alumnos. Parte fundamental del aprendizaje significativo es precisamente la utilización de las estrategias y métodos que use el profesor, este proceso de enseñanza-aprendizaje ha de estar dirigido a que sean

⁹ Estas estrategias, métodos o técnicas, pueden ser combinadas dependiendo de las necesidades de cada estudiante, esto lo consideré pertinente a la hora de aplicar la enseñanza de la lógica en niveles de secundaria y preparatoria. En algunas ocasiones utilicé el juego de mesa *Q.E.D.* y algunos ejercicios de Raymund Smullyan.

atractivos para los alumnos, y a que éstos a su vez puedan desarrollar sus capacidades y habilidades, apoyados en los métodos que el profesor seleccionó.

Cuando se logra encontrar métodos y estrategias o técnicas correctas, el alumno puede llegar a crear niveles de destrezas o determinar acciones que se pueden convertir en disposiciones naturales, éstas en un tiempo se convertirán en destrezas o habilidades para el alumno y se verán reflejadas ya sea en dinamismo o velocidad de ejecución en el alumno.

Si el profesor usa distintas estrategias o técnicas donde logre que los alumnos desarrollen mayores habilidades ya sean lógicas o cognitivas, se logrará un mayor y mejor desarrollo en el aprendizaje del alumno. Se debe llevar al principio un desarrollo paulatino y acompañado, siempre de la mano o siendo guía el profesor, y poco a poco ir dejando al alumno que encuentre o investigue sus propias habilidades.

1.4. Importancia de la Lógica Matemática

Uno de los problemas a los que se han enfrentado los profesores en términos generales es el de la enseñanza de resolución de problemas en matemáticas. Puede ser que esto suceda porque se ha dejado de lado el pensamiento analítico y reflexivo enfocándose únicamente en la memoria y la mecanización generada principalmente por la repetición de ejercicios, manteniéndose actualmente presente en las aulas a pesar de los intentos de mejora de las reformas educativas. Esto es un ejemplo de los casos que han llevado a su análisis desde diferentes perspectivas, proponiendo diversos componentes, procesos e interrelaciones entre ellos. (Poma, Ingrid. & Reyes, Miriam. 2019).

El poder desarrollar o crear las capacidades de un pensamiento lógico-matemático implica lograr que se vayan desarrollando capacidades de comprensión gracias a las capacidades creativas. Inicia en la relación que existe entre los objetos y, en otro nivel, al momento de la etapa de ser estudiante, se van desarrollando ciertas características que permiten no sólo relacionar los objetos sino el poder encontrar características, propiedades, tamaños y formas, para lograr clasificaciones coherentes. Debería poder lograrse después una siguiente fase donde la persona logre crear ya un pensamiento lógico matemático propio, en el cual pueden sustentar las relaciones de los objetos con tiempo y espacio. Ingrid Poma y Miriam Reyes nos dicen que, en el caso de la comprensión del espacio, “Cuando él [el estudiante] describe las características de los objetos y sus propiedades, capta la noción de extensión y comprensión de los objetos, en donde intervienen lo cualitativo y cuantitativo.” (Poma, Ingrid. & Reyes, Miriam. 2019, 28).

En la actualidad ya es aceptado el papel importante que llega a tener la metacognición cuando hablamos de resolver problemas. Se sabe que al realizar la resolución de problemas matemáticos se logra una enseñanza de manera lúdica en las matemáticas, desde una edad temprana, pues se ha comprobado que “activa el pensamiento abstracto y otras habilidades [...]” (Poma, Ingrid. & Reyes, Miriam. 2019, 16) e igualmente conduce a tener un pensamiento más ordenado y ayuda a razonar de una manera más estructurada, también a ser más críticos y a una mejor comprensión no solamente en cuestiones de estudio, sino en cuestiones de la vida diaria.

Dada la necesidad de un aprendizaje paulatino de las relaciones lógico-matemáticas, y asumiendo que las relaciones lógicas por aprender para demostraciones formales de validez implican relaciones de este tipo, parecería importante establecer estrategias de aprendizaje gradual. Por eso es mi parecer que resulta de suma importancia construir mecanismos que apoyen el

aprendizaje del razonamiento y de los principios lógicos que lo sustentan, mecanismos que puedan implicar algunas de estas estrategias de aprendizaje gradual.

Una consecuencia de lo anterior de este entrenamiento y aprendizaje es la habilidad de reconocer los errores propios. De modo que es clara la conveniencia del desarrollo de habilidades por las que los estudiantes se percaten de sus propios procedimientos y puedan identificar rutas más exitosas a la hora de la resolución de problemas. Desarrollar habilidades de razonamiento, exige también notar algunos principios que podemos llamar “lógicos” y que pueden guiar la autocorrección, así como mejorar el desempeño en la resolución de problemas.

Notemos de paso que quizá la clase de aprendizaje, que involucra la metacognición, puede estar presente en la resolución de problemas que no son del área de la lógica ni de la matemática.

1.5. La lúdica

En el ser humano, en la etapa de estudiante principalmente, el juego es un factor fundamental de aprendizaje, porque a través de él se vincula a la realidad y a situaciones que se suscitan en el mundo infantil. Es una forma de comunicación entre el estudiante y la realidad. También es el factor usado en la adolescencia para comprender el mundo y ofrecerle importancia a lo que está viviendo. Con ello se da cuenta de manera instintiva de cómo completar su propia mejora, nadie tiene que enseñarle qué debe hacer para crecer. Se piensa que el juego es una actividad netamente de los estudiantes, sin embargo, los adultos también practican diversos tipos de juegos, constituyéndose en pasatiempos cotidianos. A través del juego, los estudiantes captan lo que observan a su alrededor tanto natural como social y le pueden dar un significado a todo lo

que perciben, a esto se le conoce como un proceso donde los estudiantes logran formar su propia identidad.

Cuando tuve la oportunidad de dar clases de Lógica en los niveles de secundaria y preparatoria, muchas veces las autoridades educativas y los profesores llegaban a considerar que enseñar por medio de juegos era algo incorrecto y una pérdida de tiempo. Como lo comenté en párrafos anteriores, el juego es un proceso significativo en el aprendizaje de la persona, el juego nos mostrará reglas, cambios de postura o decisión, las cuales pueden cambiar nuevamente, conforme pasen el tiempo o los años. Estos cambios espontáneos que vamos tomando gracias a los juegos son fundamentales y clave para seguir explorando y descubriendo el mundo, el mismo juego nos ayuda ya siendo adultos pues nos hace imaginar y esa imaginación es fundamental para crear.

Yañez, Sara. (2013, 11). Nos dice que la lúdica es un movimiento el cual es “el proceso interno que mueve al individuo en diversas situaciones, ámbitos de referencia y temporalidad implicando en ello el aprendizaje”. La lúdica propicia un momento de placer, de regocijo, al individuo en cualquier momento de su vida, motivando la creatividad e incentivando el proceso de aprendizaje. Desde este punto de vista, la lúdica se relaciona con el juego y la diversión en los seres humanos como un legítimo remedio opuesto al estrés.

En la actualidad el día a día nos lleva a estar en un estrés constante y permanente, afectando nuestro estado mental, emocional y físico. La lúdica nos ayuda a romper esa situación o por lo menos a disminuirla o controlarla. Tomando eso en cuenta la lúdica ya no es un simple juego sino que puede verse cómo un proceso que ayuda a la persona. El juego logra favorecer el desarrollo de la persona, *ergo*, su desarrollo cognitivo; en palabras de Burillo: “el juego traza una gran

oportunidad de ser desarrollado como una nueva metodología lúdica creativa convirtiéndose en un prototipo pedagógico que puede modificar los que ya existen. (Burillo, Brighth. 2018, 58).

En cada una de las etapas de nuestra vida siempre tenemos que asumir ciertas circunstancias y acciones para poder avanzar. Vygotsky dice que esto se descubre a una temprana edad, antes de tener contacto con la etapa de discutir o debatir en un salón de clases, lo cual nos indica que en el proceso de aprendizaje siempre van a existir un sinnúmero de historias *a priori* para llegar a encontrarlas en la vida estudiantil.

Con todas las reflexiones anteriores, es natural recordar la importancia que algunas teorías pedagógicas han puesto al concepto de aprendizaje significativo. Como mencionamos en la sección sobre aprendizaje, si no aportamos sentido a lo que estamos intentando aprender, el resultado puede ser puramente mecánico. Las características lúdicas de una actividad de aprendizaje precisamente aportan una experiencia que le da sentido al contenido y puede incluso conectarlo con conocimientos anteriores en su historia de vida, como la mencionada en la cita textual anterior de Vygotsky.

Considero que las experiencias con el juego *Q.E.D.*, que describiré posteriormente y que son objeto de esta investigación, logran conectar esta noción de conocimiento significativo con un conjunto de habilidades que llevan al estudiante hacia la metacognición. En la siguiente sección abordaré algunas características teóricas sobre la metacognición.

1.6. Metacognición

Hablar sobre metacognición es bastante complejo, es algo que es poco claro en el campo de la educación, en el campo de la psicología lo podemos ver desde los años 70 del siglo pasado, en varias investigaciones de Flavell, sobre algunos procesos cognitivos, dichos procesos han sido siempre encaminados a temas sobre la memoria. La metacognición era para Flavell conocer y controlar.

Lo anterior nos lleva a considerar que la Metacognición es un concepto muy discutido y poco claro, pues se le atribuyen varios sentidos o significados. Lo que sí podemos decir es que la mayoría de los autores señala a la metacognición de dos maneras: como un *producto* o como un *proceso*.

Cuando la metacognición la entendemos como un proceso, es cuando se vincula a un conocimiento que tenemos sobre nuestro funcionamiento cognitivo, es decir, cuando hablamos sobre *el saber qué*. Y si nos referimos a ella como proceso, la entendemos como el conocimiento que tenemos sobre los procedimientos que usamos en nuestra actividad cognitiva, *el saber cómo*.

Por ejemplo, podemos encontrar diferencia entre memorizar, conocer y aplicar. El memorizar no implica un *saber qué*, debido a que el jugador ubica las reglas y las sabe de memoria, pero en la práctica no las conoce, ya que no logra aplicarlas; para determinar que el jugador conoce las reglas o *el saber qué*, es importante que además de memorizarlas sepa aplicarlas, ya que el aplicar las reglas de lógica se determina como un *saber cómo*, lo cual implica conocer cómo se emplean y funciona cada una de ellas. *Q.E.D.* permite al jugador entender las reglas, aplicarlas de manera correcta y establecer estrategias para jugar de distintas formas.

En las ocasiones que se implementó el juego, se dieron momentos en los cuales el jugador sabía que no podía ganar, pero lograba ayudar a que alguien más ganara pues podía anticipar la estrategia del otro jugador o simplemente podía cerrar el juego, evitando un ganador.

En la Facultad de Filosofía de la Universidad Veracruzana, en el año 2005, se publicó un tomo completo de la *Revista ERGO*, dedicado a discutir sobre el tema de la *metacognición*. Se invitó a los lectores a la reflexión sobre temas de filosofía y textos científicos, pero con la línea de pensamiento no sólo de aprender del tema, sino de *aprender a aprender*, lo cual nos puede indicar una forma más de definir el significado de metacognición. Dado que la citada publicación está íntimamente vinculada con la discusión que sobre la metacognición ha propiciado la perspectiva del método COL, del desarrollo de habilidades de pensamiento [pero no sólo], considero pertinente mencionar algunas ideas contenidas en ese volumen.

Arieta (2001) nos describe, en la introducción de su texto, a la metacognición como una reflexión crítica, aunque deja muy claro también que la reflexión no necesariamente es una metacognición, ni toda metacognición es un acto de reflexión, lo cual lo lleva a reflexionar que la metacognición tiene como objeto los procesos de aprendizaje. (Arieta, Federico. 2001).

En el texto de Arieta encontramos la definición del término “metacognición” de Campirán, quien lo define o usa de la siguiente manera “...yo empleo el término en el sentido natural de “darse cuenta” o “*awareness*” en Inglés, sin importar que haya niveles de darse cuenta, tipos, etc...” (Arieta, Federico. 2005, 13).

En otro texto Campirán (2017, 64) nos dice que la metacognición debe ser una herramienta que nos apoye en lograr cambios en los “conceptos, creencias, actitudes y proyectos de vida”.

Podemos decir que a lo largo del tiempo muchas definiciones y usos de la metacognición son distintas o incluso se contraponen, lo cual nos puede llevar hasta darnos a la tarea de “distinguir entre cognición y metacognición. Se ven reflejadas todas esas definiciones claramente en los instrumentos diseñados con el objetivo de evaluar la metacognición. Rodríguez, Esther. (2005, 26).

La metacognición como herramienta de la educación ayuda a desarrollar una serie de habilidades y favorece el pensamiento crítico, con lo que el estudiante logrará crear un pensamiento propio, creando así autonomía y autorregulación en los procesos de aprendizaje.

Hay un desarrollo relativamente reciente acerca de la metacognición, que considero importante para este trabajo, pues conecta el concepto de metacognición con un método específico de desarrollo de habilidades cognitivas, lo que estimo como una ventaja a la hora de tratar con habilidades relacionadas con la lógica.

Para Campirán, las habilidades del pensamiento analíticas constituyen el primer nivel de las habilidades de pensamiento, estas habilidades básicas proporcionan al individuo la experiencia de comprender de manera general, es decir que las habilidades de este nivel básico son: la observación sin atención/con atención, descripción no verbal y lingüística, relación de ensayo y abstracta, agrupación/clasificación. Expondré con mayor detalle la posición de Campirán en el siguiente capítulo. Veremos también cómo Campirán propone algunos rasgos de la noción de metacognición.

1.7. Didáctica

Hablar de didáctica es entender que hablamos de enseñar a enseñar, lo cual debe encontrarse en todos los salones de clases y dependiendo de lo que se debe enseñar y a quién se le va a enseñar, por lo que debemos contar con ciertos materiales que contribuyan a este proceso. Para Gairín y Fernández se debe considerar lo siguiente: Materiales permanentes de trabajo, material informativo, material ilustrativo visual o audiovisual y material experimental.¹⁰ “El material didáctico trata así de representar la realidad de la mejor forma posible, para lograr una consecución óptima de las finalidades pedagógicas del programa al que está asociado. Su función básica de mediación en el proceso de enseñanza-aprendizaje se desglosa en diversas funciones específicas...” (Gairín, Joaquín. & Fernández, Joaquín. 2010, 5).

El uso de la didáctica como parte de la enseñanza tiene como finalidad y función que el propio alumno logre construir y seleccionar los objetivos de aprendizaje, que le sea más fácil el poder apropiarse del mismo conocimiento. Por lo anterior, se debe considerar lo siguiente: que sea funcional para el alumno, que el alumno pueda experimentar, estructurar y que tenga una relación que se pueda establecer entre el alumno y el material didáctico.

En el libro ya citado de Campirán (2017) leemos en el prefacio de la Dra. Martha Ruiz, que el libro es una pieza importante para la formación de los estudiantes, ya que lo considera como una propuesta didáctica para la enseñanza del Pensamiento Crítico. Campirán, Ariel. (2017).

Por ejemplo, en matemáticas se establecen los recursos desde la lógica clásica. La secuencia con que se producen las cadenas inferenciales lógicas permite analizar cómo el alumno las

¹⁰ Para más información sobre los materiales y la clasificación que hacen los autores se recomienda revisar Gairín, Joaquín. & Fernández, Joaquín. (2010).

comprende y en los ejercicios cómo las utiliza. Así nos damos cuenta de estas relaciones sobre situaciones que progresan en los dos sentidos señalados. Estas situaciones se presentan de forma entrelazada, casi al mismo tiempo y componen fragmentos que permiten alcanzar el objetivo de la situación.

Una de las tesis que intentaré explorar en mi presente trabajo de investigación es que esta comprensión puede obtenerse a través de un razonamiento regresivo acerca de cómo uno mismo u otra persona reconstruiría una solución a un problema determinado. La importancia de este proceso que muchos llaman “método progresivo-regresivo” nos conduce a examinar algunas características que varios teóricos de la pedagogía le atribuyen. Eso es lo que desarrollaré en la siguiente sección.

CAPÍTULO II

EL JUEGO Y SU CONTEXTO EDUCATIVO

2.1. Introducción a la Metodología de Campirán.

Una metodología que juzgo coherente para contribuir a una perspectiva pedagógica como la que describí en el capítulo anterior, especialmente sobre la noción de metacognición y el desarrollo del pensamiento crítico, es la diseñada por Campirán. Expondré su metodología en este capítulo al mismo tiempo que presentaré el juego *Q.E.D.* y estableceré algunas vinculaciones.

Dadas las pedagogías analizadas en el capítulo anterior, uno puede reflexionar acerca de lo importante que es tomar en cuenta, en el proceso del aprendizaje, las representaciones simbólicas que son consignadas en la memoria, para que esa misma representación empiecen a generar toda la estructura cognitiva, logrando así el ordenar totalmente la información que va adquiriéndose.

No solamente de una manera memorística, sino yendo más allá de una forma tradicional de enseñar, por ello es importante para mi trabajo tomar el método COL ya que considero, que el método lleva a lograr romper una forma tradicional de enseñar y de aprender.

Campirán nos indica que el lograr tener procesos metacognitivos nos dará siempre la oportunidad de ser más sabios, sanos y sensatos, además de que cuando se crean en el alumno se consigue que éste desarrolle Habilidades de Pensamiento y además logre tomar decisiones y solucionar problemas, lo cual llevará a la persona no sólo a recibir información y memorizarla, sino

a procesarla y crear nuevas ideas. COL es un método que se inventó en la Universidad Veracruzana, por el profesor Ariel Campirán Salazar, significa *Comprensión Ordenada del Lenguaje*.

2.1.1 Habilidades analíticas de pensamiento

Campirán divide las habilidades de pensamiento en básicas, analíticas, críticas y creativas.

Las habilidades básicas del pensamiento se subdividen en un nivel primario y un nivel secundario. Las de nivel primario son útiles y suficientes para la vida cotidiana, mientras que las de nivel secundario son la base para que la información que vamos obteniendo se pueda analizar [HAP] o criticar [HCP] mediante métodos que satisfacen criterios metodológicos; éstos permitirán construir teorías o modelos, los cuales son utilizados en una vida académica o profesional.

Campirán nos dice que las Habilidades de Pensamiento son inobservables pero que reflejarán que la gente está pensando, logrando procesar información en nuestro cerebro dividiendo este flujo de información en creencias, emociones, decisiones y acciones, Cito: Campirán (2017,21).

Las decisiones y las acciones humanas pueden ser vistas como respuestas complejas inteligentes al entorno, medidas por la información procesada mediante las HP y otros componentes de la inteligencia humana como son las: habilidades motrices, las habilidades socioafectivas, o las actitudes (cuyo fin es la mera sobrevivencia o la identidad personal y transpersonal), por citar algunos.

Las creencias y las emociones son respuestas complejas inteligentes también, pero las considero condiciones *sine qua non* de la decisión y la acción; sobre todo si éstas últimas son razonadas: la expresión (acción) de una emoción o de una creencia en ciertos entornos revela que el agente elige y actúa con más o menos adaptación al medio. La adaptación en dichos contextos está acompañada de rasgos de racionalidad donde el agente tiene una creencia y siente una emoción. (Campirán, Ariel. 2017, 21).

Es decir que las habilidades motrices no las podemos modificar pues son necesarias para la vida, mientras que las otras se pueden llegar a cambiar cuando con éstas se puede “re-plantear temas, problemas (posturas ante ellos)” (Campirán, Ariel. 2017, 15), lo cual hará necesario obtener las habilidades de pensamiento.

Como hemos ya dicho, Campirán divide las habilidades básicas de pensamiento en los niveles primario y secundario. El nivel primario es a su vez dividido en tres etapas donde las HP de observar, describir y relacionar sientan la base para lograr tener un flujo de información. El nivel secundario es dividido en cuatro etapas, surgiendo de la HP de clasificar con las cuales se sientan las bases del flujo de información del nivel primario.

Las habilidades de pensamiento básicas entonces tendrán dos niveles, el primero se conoce como observación basada en los sentidos, está destinado al procesamiento automático, y nos lleva de la información a la clasificación de la misma. Lo más común que podemos encontrar en este nivel son los sentidos, como el oler, el escuchar y el sentir. “Esta habilidad para adquirir estos datos son parte del desarrollo humano natural” (Campirán, Ariel. 2017, 23). y cada uno de los sentidos va recibiendo la información, que se va clasificando poco a poco.

Al segundo nivel se le conoce como observación sensorial, éste va a depender de una estimulación correcta del nivel anterior, lo que en este nivel podemos encontrar no sólo en los sentidos, sino que aumenta el poder observar. “La necesidad de nuevos estímulos se convierte en *intereses secundarios*, los cuales actúan como motivación de la atención (primero guiada, después autodirigida) y son éstos los que permiten a *la observación* convertirse en una HBP como tal...” (Campirán, Ariel. 2017, 24). Esta posibilidad de observar nos ayuda a desarrollar más habilidades,

a tener atención en cualquier cosa, lo cual nos provocará un interés especial, logrando transformarla en información.

Las habilidades básicas tanto de primer como de segundo nivel, podemos decir que nos ayudan a la vida diaria, y contribuirán en la toma de algunas decisiones conforme a nuestras creencias y a expresar ciertas emociones y gustos.

Habilidades Analíticas del Pensamiento: habilidades analíticas y crítico-creativo (marcos teórico-conceptuales que subyacen a la acción racional y sensata que una disciplina supone).

Las decisiones se basan en el “uso de las habilidades de pensamiento analíticas y críticas, primero para la autogestión de los aprendizajes que requieran un procesamiento que justifique las acciones, y segundo para la gestión de decisiones colectivas del trabajo colegiado en grupo” (Campirán, Ariel. 2017, 13).

Habilidades Críticas del Pensamiento: estas habilidades son el tercer nivel de habilidades las cuales dependen de las estrategias cognitivas y son logradas por los trabajos analíticos, cabe mencionar que si alguno de ellos se encuentra incompleto será muy difícil construir una crítica y ser creativo. Dentro de este pensamiento se desarrolla la originalidad.

Pensamiento Crítico y Creativo: está enfocado en la toma de decisiones y el poder solucionar/resolver problemas. Cuando se logra trabajar en el intento de cambiar actitudes y creencias, se logra pensamiento crítico o creativo, lo que llevará a buscar distintas soluciones o cambios de pensar distintos. “El docente tradicional no espera algo nuevo del alumno, más aún ni siquiera aprueba que el alumno exprese “yo pienso que...” o “yo propongo que”, lo cual es la base

para un “yo invento””. (Campirán, Ariel. 2017, 16). Eso limita o asfixia la posibilidad de que el alumno logre cambiar de opinión.

2.2. Desarrollo del Juego *Q.E.D.*

2.2.1. Fase de diseño

En el caso del juego que diseñamos Amílcar Arroyo Medina (compañero de clase de Lógica I, en la Universidad Autónoma de la Ciudad de México) y yo, la motivación principal fue que a algunos de los compañeros les costaba mucho entender los contenidos de la asignatura de Lógica II. Notamos que, si los estudiantes se enfocaban en diferentes alternativas de solución para un mismo problema de Deducción Natural, se mejoraba considerablemente la comprensión y se desarrollaban mejor las habilidades demostrativas.

2.2.1.1. Aplicación del componente educativo

Se decidió que se tendrían en cuenta en primer lugar la población a la que iba dirigida el juego de mesa *Q.E.D.*; que en ese momento eran nuestros compañeros de salón, después, en segundo lugar, sus características: la edad, sus capacidades, los conocimientos en Lógica y las habilidades previas, las experiencias, las actitudes y los intereses, entre otros¹¹. En tercer y último

¹¹ En este punto es importante decir que, en la UACM, aun sin ser estudiante inscrito de la carrera, podías tomar la materia que tú desearas, lo cual hacía más difícil entender el por qué se habían inscrito.

lugar se consideró lo que se refiere a los propósitos o finalidades educativas: que en ese momento era el no entender por qué no entendían las reglas de Lógica.

Al mismo tiempo fue necesario tener en cuenta el conocimiento o por lo menos el interés en Lógica I, lo que sería el objeto de estudio, Se esperaba que a través del juego *Q.E.D.* se lograra el aprendizaje y obvio la enseñanza de Lógica proposicional; que se lograra con base en las características de los estudiantes, sus dificultades, experiencias, necesidades e intereses. También fue necesario definir un esquema conceptual, delimitar procedimientos científicos y delimitar las actitudes que se crean con respecto a la temática que se esté trabajando o al problema planteado. Todo lo anterior se podrá describir teniendo presente los siguientes tres puntos: contenido teórico, contenido procedimental y contenido actitudinal.

La decisión por un juego de mesa que pudiera producir una interacción entre diferentes intenciones demostrativas afianzaba en primera instancia una forma de conocimiento significativo, sobre las estrategias de demostración de un esquema de argumento. La apuesta fue estimular el contenido teórico de un sistema de Deducción Natural, a través del desarrollo de técnicas que constituirían el contenido procedimental del aprendizaje de la Lógica. Al buscar de una manera lúdica también pretendimos lograr que el estudiante desarrollara una mejor disposición y una forma más amigable de ver las reglas Lógicas y que comprendiera que no sólo se pueden conocer dichas reglas de una forma teórica y tradicional.

Bajo las orientaciones descritas en el párrafo anterior, y de acuerdo con algunas de las necesidades señaladas por las corrientes que analizamos en el capítulo 1, diseñamos los componentes técnicos, estructurales, didácticos y metacognitivos¹².

2.2.1.2. Aplicación del componente técnico y estructural del juego

Para la estructura de *Q.E.D.* se tuvieron en cuenta los criterios para la elaboración de materiales didácticos y las reglas de algunos juegos de mesa¹³, rescatando las reglas de algunos de ellos y la clasificación que éstos presentan dentro de los materiales didácticos. Se desarrollaron así algunos criterios en la elaboración de *Q.E.D.*

Con las bases anteriores logramos que *Q.E.D.* pudiera ser aplicado en cualquier salón de clases siempre con el apoyo del profesor, con reglas simples combinadas de varios juegos de mesa de uso común y ejercicios con por lo menos dos soluciones. Nuestro objetivo fue promover la creatividad del estudiante para poder encontrar las mismas soluciones y así que pudiera buscar por lo menos más de dos estrategias distintas.

2.2.1.3. Aplicación del componente didáctico y metacognitivo

Una de las principales intenciones que se logra al diseñar un material didáctico es que tengan una relación adecuada de éste con el estudiante. En el caso de *Q.E.D.*, se logró que el juego

¹² Que en ese momento no sabíamos que existieran, ya que sólo buscábamos el poder ayudar a los compañeros a entender las reglas Lógicas.

¹³ Se tomaron juegos de mesa como ajedrez, cartas, uno, entre otros.

funcionara como facilitador de aprendizaje y enseñanza. El juego permitió la aproximación a las reglas lógicas de Deducción Natural con un soporte didáctico. Al mismo tiempo, acercó al estudiante a los contenidos del curso de una forma más divertida.

La enseñanza de las reglas de lógica en *Q.E.D.* como un juego de mesa, tuvo la ventaja de ser propagada en cualquier momento del proceso de enseñanza-aprendizaje de Lógica I, ya que el estudiante sólo debe estar relacionado con las reglas y las tablas de verdad y al ser un tablero y unas cartas, *Q.E.D.* puede ser utilizado en el salón de clase, o fuera del salón, puesto que no necesita estar acondicionado a un lugar específico. Simplemente se necesita disposición para el aprendizaje y, por supuesto, que el conocimiento de Secuencias Lógicas de Deducción Natural haya sido desarrollado con algún nivel de dominio en el Cálculo Proposicional.¹⁴

Las interacciones que se generan por parte de cada estudiante con respecto al juego le permiten desarrollar la habilidad de argumentación y la destreza para armar estrategias de juego y ganar, ya que éste pretende dar respuesta a las situaciones planteadas. Con estas respuestas empieza a desarrollar del mismo modo la actitud frente a la lógica, entre otras actitudes, aunque deberá ajustarse y respetar las reglas estipuladas por el material.

Con respecto a los otros compañeros se tiene la posibilidad de escuchar, refutar, respetar y completar las soluciones de los otros jugadores, además se fomenta el juego colectivo, la paciencia para esperar el turno de cada compañero, y tener en cuenta el tiempo apropiado y destinado para la respuesta a cada pregunta. Lo anterior hace referencia al proceso de socialización que se desarrolla

¹⁴ En nuestro caso lo utilizamos en salones de clase de la UACM, UNAM, en las olimpiadas de Lógica, en los patios de las universidades, sin que se necesitara ninguna infraestructura.

en el transcurso del juego: el observar la estrategia del otro y de ser posible bloquearla o cambiar la propia, semejante a como se desarrollaría una partida de ajedrez.

2.2.2. Origen del juego

Fueron utilizadas algunas de las características lúdicas e intelectuales de los juegos de mesa tales como las damas chinas, el juego de cartas, el ajedrez y el dominó, de modo que sus reglas sirvieron como base pedagógica para la realización de *Q.E.D.* A ello se agregó el aprendizaje de la lógica elemental. En estas condiciones el jugador puede desarrollar múltiples soluciones a los problemas que se le van presentando, fomentando así el pensamiento creativo. Para poder contextualizar el origen de *Q.E.D.*, se describen a continuación, brevemente, los juegos en los que se basó.

Ajedrez: Es un juego de mesa que exige mucha concentración y pone a prueba las habilidades mentales al ser un juego de estrategias. Para aprender a jugarlo es necesario saber los nombres de sus piezas y sus diferentes movimientos o estrategias. El juego requiere un tablero y piezas en específico. El juego se divide en dos equipos; claro y oscuro, los cuales tienen 16 piezas cada uno. Este juego únicamente es para dos participantes y cada uno de ellos tendrá las siguientes piezas: 8 Peones, 2 Torres, 2 Caballos, 2 Alfiles, 1 Dama y 1 Rey, dando un total de 16 piezas para cada jugador; además de un reloj.

El ajedrez se considera un juego de mesa competitivo, consiste en crear constantemente estrategias para poder hacer jaque mate¹⁵ al rey, y aumentando el reloj en los juegos modernos se

¹⁵ El jaque mate, se realiza por medio de ir acorralando al Rey del jugador contrario hasta lograr que ya no se pueda mover para ninguna casilla.

logra que los jugadores no se tarden mucho tiempo en buscar una jugada, lo que lleva a acelerar su pensamiento o estrategia.

En el juego de ajedrez es muy importante el recordar los movimientos del otro jugador, y lograr saber si ese movimiento o el siguiente llegará a poner en riesgo al Rey. Al mismo tiempo hay que lograr planear una estrategia de juego para distraer al otro jugador y lograr hacer jaque. Este juego también lleva a desarrollar estrategias tales que implican pasos posteriores del otro jugador tomando en consideración su intento de optimizar sus resultados. Esto está relacionado con el método progresivo mencionado antes. No obstante, también ocurre el método regresivo pues, dada una jugada del oponente, el otro jugador tiende a pensar en una reconstrucción de la estrategia que desea seguir el oponente. Eso parece implicar la conjetura de una hipótesis, del objetivo del otro, para obstaculizar la estrategia supuesta.



16

¹⁶ Foto : https://www.elnacional.cat/es/cultura/maestro-ajedrez-maldito-reloj-lanzo-fondo-mar_798867_102.html El maestro de ajedrez y el maldito reloj que tiró al fondo del mar. Cuadro de costumbre de un ‘millennial’ en verano en Barcelona VI.

Damas chinas: Puede ser jugado por dos o hasta seis participantes, el juego consiste en ir avanzando por todo el tablero de un lado a otro, empleando cada participante canicas de un color determinado, ganando el juego aquel que llegue primero con todas sus canicas al triángulo contrario. Podemos observar que en este juego se involucran muchas capacidades en el proceso, dado que, al jugar damas chinas, los jugadores logran mejorar niveles de concentración, pues al momento de existir varios participantes, fomenta la creatividad para buscar formas de ir avanzando cada uno. Los jugadores aprenden a colaborar, pues el juego mismo pide ayudar al otro para poder avanzar con tus piezas, fomenta la toma de decisiones, seguir directrices e incentivar el seguimiento y cumplimiento de reglas.



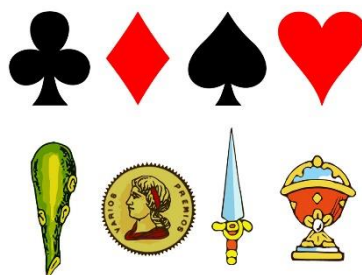
17

Juego de cartas: Se juegan con unas tarjetas, llamadas naipes o cartas, existen diferentes tipos de baraja, como la baraja española o la francesa, entre otras. La baraja española está compuesta por cartas de cuatro figuras: oros, copas, espadas y bastos. Cada figura contiene 12 cartas dando una baraja de 48 cartas. Cada figura está numerada del 1 al 9, más el Jota, Caballo y Rey.

¹⁷ Foto: <https://www.aboutespanol.com/damas-chinas-2077671> Damas Chinas Historia, reglas y estrategias.

La baraja inglesa: está compuesta por cartas de cuatro figuras: corazones, diamantes, picas y tréboles. Tanto los corazones como los diamantes se representan en rojo mientras que las picas y los tréboles en color negro. Cada figura contiene 13 cartas dando una baraja de 52 cartas y 2 Comodines (Joker). Cada figura o naipes está numerada del 2 al 10, más el Jota (J), la Reina (Q), el Rey (K) y el As.

Los juegos de cartas logran que los jugadores busquen estrategias para poder ganar, lo cual permite el desarrollo de pensamientos matemáticos, estrategias para la solución de problemas, lo que hace que el jugador logre construir una estrategia de juego, esto porque al momento de jugarlo los participantes tienen que estar atentos a las cartas que ya pasaron, contar cuáles faltan y pronosticar cuáles cartas tienen los otros jugadores, deduciendo esto último a partir de cómo los demás jugadores van cambiando o bajando su juego.



18

Dominó: Es un juego de mesa muy típico en varios lugares del mundo, además de dar diversión a los jugadores, ayuda a estimular y a desarrollar varias cualidades entre ellas la concentración, el conocimiento en matemáticas, el desarrollo de procesos cognitivos, la atención y

¹⁸ Foto: <https://brandemia.org/el-curioso-origen-y-significado-de-los-simbolos-de-los-naipes>, El curioso origen y significado de los símbolos de los naipes.

la memoria. Las reglas del juego del dominó son muy sencillas, consisten en situar unas fichas, una junto a otra, con la condición de que sólo pueden juntarse teniendo la misma cifra del mismo lado. Pueden jugar de 2 a 4 participantes¹⁹, y del mismo modo que en el juego de las cartas, el jugador debe de estar atento a lo que el otro juega y lo que ya está en la mesa de juego, para lo cual siempre ha de contar las fichas que hacen falta, las del mismo número y todas sus combinaciones.



20

UNO: Es un juego de mesa, compuesto de 112 cartas, divididas en dos tipos: las que tienen números del 0 al 9 en 4 colores (azules, verdes, rojas y amarillas) y cartas de acción que también son de los colores mencionados (retorno, saltar, toma dos, pierde turno, elección de color, toma 4) además de dos comodines y dos comodines toma 4. El juego consiste en ir colocando cartas, ya sea del mismo color o del mismo número, hasta quedar con una carta y en el momento de que a algún jugador le quede una carta debe de gritar UNO y esperar turno para poder bajar su última carta, de lo contrario tendrá que tomar otra carta.

¹⁹ Hablando del juego normal que contiene 28 fichas, numeradas desde el 0 al 6, en el dominó conocido como Cubano pueden existir más participantes ya que las fichas están hasta el número 12.

²⁰ Foto: https://elpais.com/elpais/2017/06/15/ciencia/1497514365_231769.html, El dominó binario de Gardner.



21

Al crear *Q.E.D.* consideramos que estos juegos de mesa nos dan el punto de partida para trabajar la resolución de problemas. Estas reglas conocidas por la mayoría²² permiten que los alumnos interesados en Lógica proposicional puedan desarrollar ya sea consciente o inconscientemente, ciertas estrategias para la resolución de los problemas de Lógica, procesos cognitivos, memorización, concentración, fomento de la creatividad o búsqueda de distintas soluciones, entre otras habilidades.

2.2.3. Fase de producción

En esta fase se procederá a la descripción de la realización de este material didáctico (*Q.E.D.*). Por lo tanto, se explica la estructura del juego y los componentes físicos del mismo.

Nos asesoramos con varios profesores de la UACM con diversa formación: Lingüistas, Comunicólogos, Filósofos, Lógicos, Matemáticos, Antropólogos Sociales, Pedagogos y Psicólogos; Entre ellos destacan, Mtro. Mario Mancilla, Mtro. Rafael Soto, Mtro. Alfredo Salazar

²¹ Foto: https://www.elespanol.com/como/juega-reglas-juego-principiantes/440206386_0.html, Cómo se juega al uno: las reglas del juego para principiantes.

²² Cuando nos referimos a la mayoría damos por entendido que la mayoría de las personas conoce o al menos han tenido acercamiento a algún tipo de juego de mesa.

Duque (†), Dra. Alicia Pazos, Dra. Inés Pazos y Dr. David Gaytán, la mayor parte de los especialistas fueron de la UACM, nuestra casa de estudios.

2.2.3.1. Antecedentes y Aplicaciones del juego

- El juego se probó en estudiantes de la asignatura Lógica I, que no comprendían con nivel de dominio los modelos de las secuencias lógicas en una demostración formal de validez. Por ello se dio a conocer entre los demás estudiantes de la misma asignatura, y diferentes niveles educativos.
- Posteriormente, logramos que algunos profesores de la asignatura lo validaran como recurso lúdico fructífero para su asignatura, de manera interna en la UACM.
- Debido a su utilidad y a los resultados obtenidos con su uso, se promovió el juego a través de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México, *UACM*, presentándose una primera versión en el Encuentro Internacional de Didáctica de la Lógica (*EIDL*), de la Academia Mexicana de Lógica, *AML*, en Mazatlán Sinaloa en 2007.
- *Q.E.D.* fue presentado en la Escuela Nacional Preparatoria No. 1, Gabino Barreda, de la *UNAM*.
- En el mismo encuentro, pero en su edición de 2008 miembros de la Academia Mexicana de Lógica e invitados a los *EIDL* se llevaron el juego para ponerlo a prueba en sus universidades y esto, en algunos casos, significó que lo pusieron a prueba en un país extranjero. Se describe a continuación una lista de las instancias en donde se probó *Q.E.D.*:
- Ludoteca de la *UNAM*.

- Universidad Católica Andrés Bello, Venezuela a cargo de la Dra. Corina Yoris Villasana.
- Universidad Estatal de Campinas, Brasil, a cargo de la Dra. Ítala D´Ottaviano.
- Pontificia Universidad Católica de Perú, a cargo del profesor Diógenes Rosales.
- Se lo llevó para examinarlo Walter Carnielli, del Centro de Lógica, Epistemología e Historia de la Ciencia, de la Universidad Estatal de Campinas, CLE, UNICAMP.
- Se realizó el primer torneo de *Q.E.D.* en la UACM, en 2009.
- Posterior a la retroalimentación recibida para mejoras, por parte de profesores de la UACM y miembros de la AML, y ya contando con el registro de la propiedad intelectual del mismo, se presentó una versión final en el EIDL, en su edición de 2010.

Fotos de algunas aplicaciones de *Q.E.D.*²³



²³ Encuentro Internacional de Didáctica de la Lógica, organizado por la Academia Mexicana de Lógica, año 2010. En dichas fotos se ve jugar a Dr. Raymundo Morado (fue el primer presidente de la AML, ha publicado más de 35 artículos en revistas especializadas, Investigador de tiempo completo de la UNAM y fue Presidente de la AFM), Dra. Corina Yoris (Presidenta de las Sociedad Venezolana de Filosofía, profesora de Lógica y Teoría de la Argumentación en la Universidad Andrés Bello), Dra. Itala D´Ottaviano (Catedrática. Departamento de Filosofia do Instituto de Filosofia e Ciências Humanas de la Universidade Estadual de Campinas), Mtra. MariCarmen Cadena (catedrática de la UNAM, Jefe del Departamento del Colegio de Filosofía), Dr. José Alfredo Amor (†) (fue catedrático de la UNAM, en la Facultad de Ciencias, en 2008 es galardonado con el Premio Universidad Nacional), Mtro. Ariel Campirán (Catedrático de la Facultad de Filosofía de las UV, fue galardonado con el Premio Nacional de Lógica 2018, fue presidente de la AML), entre otros.

2.2.3.2. Objetivo del juego

Es un juego de mesa en el que participan varios jugadores (mínimo 2 y no más de 7), que tienen por meta la realización de una demostración formal de validez de un esquema de argumento. Estos esquemas van incrementando su dificultad con el fin de acrecentar, a su vez, la habilidad de demostración de los jugadores. El objetivo didáctico del juego es:

- 1) Contribuir al desarrollo de las habilidades de demostración formal de validez, usando reglas usuales de transformación (de inferencia, y de reemplazo), suponiendo además principios tautológicos (o, como también pueden verse, reglas incondicionadas), a través de las siguientes tres estrategias básicas:
 - a) Familiarizar al jugador con la forma de uso de las reglas.
 - b) Incrementar la capacidad para hallar diferentes estrategias para la solución de problemas de deducción natural.
 - c) Incrementar la velocidad en el proceso para la construcción de diferentes estrategias de demostración y en la búsqueda de estrategias más rápidas de solución.

2.2.3.3. Reglas de Q.E.D.

Las reglas formales del juego fueron descritas de la siguiente manera:

- Pueden participar de dos a siete jugadores por mesa.
- Cada mesa dispondrá de un tiempo determinado para resolver su ejercicio, el tiempo será establecido por los aplicadores.

- Para decidir quién inicia el aplicador ofrecerá a cada jugador un papel a elegir, el cual tendrá un número, y al que le toque el número menor, será quien pondrá la primera carta sobre el tablero. Para iniciar el juego el participante que está a la derecha de quien inicia será el encargado de repartir las cartas.
- Se colocará un problema (esquema de argumento, para realizar una demostración formal de validez de éste) en la casilla correspondiente al número de premisas que el razonamiento tenga.
- Existen dos mazos de cartas: uno de inferencia e incondicionadas, y otro de reemplazo.
- Para iniciar el juego a cada jugador se le darán cinco cartas al azar de cada uno de los mazos (diez cartas en total).
- Antes de que inicie el juego cada competidor puede cambiar las cartas que piense que no le servirán (de una a todas.)
- El turno de los jugadores se seguirá a la izquierda de quien inicia el juego.
- Cada jugador en su turno colocará en el tablero siguiendo el orden numérico, la carta que considera útil para iniciar o continuar la demostración de la conclusión del esquema (problema) a partir de sus premisas.
- Cada jugador podrá usar su turno para colocar una carta en el tablero o para tomar una carta de alguno de los mazos.
- Cuando las casillas 9, 18, 27, 36 y 45, son ocupadas, los jugadores pueden optar por cambiar de una a cinco cartas de las que tengan en la mano, no importando si no fue él quien ocupó alguna de esas casillas.

- Para declararse ganador el jugador tendrá que demostrar que la conclusión se sigue de las reglas aplicadas, enunciando cada aplicación de reglas y respetando el orden de colocación de las tarjetas que hay en el tablero. Esto lo podrá hacer cuando sea su turno.
- Aunque existen cartas con las reglas de Conmutación, Idempotencia, Asociación y Doble Negación, éstas pueden enunciarse en la demostración de alguien que se ha declarado ganador, sin necesidad de que las cartas que las contienen estén sobre el tablero.
- Si un jugador se declara ganador y tiene un error al explicar su solución el jugador que se percate del error deberá demostrarlo. El que cometió el error quedará descalificado, y el juego continúa sin él.

Existen dos formas de ganar:

- Gana el jugador que cumple con lo siguiente en su turno: se declara ganador y enuncia sin error cada paso de la demostración (figura 1).
- En caso de juego cerrado (Un juego cerrado es aquel en que una regla necesaria para resolver el problema se ha agotado, es decir no está en ninguno de los mazos o con ninguno de los jugadores) ganará el jugador que tenga la menor puntuación sumando sus cartas con base en la tabla de valores (Si alguien declara que el juego se ha cerrado tiene que dar razones para ello antes de que los demás jugadores muestren sus cartas) (figura 2).

1	2	$\begin{array}{l} O \supset (M \wedge B) \\ R \wedge B \\ O \wedge R \\ \hline \therefore [(M \wedge O) \wedge R] \vee B \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{Simplificación} \\ \text{(Simp.)} \\ P \wedge Q \\ \hline \therefore P \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{Absorción (Abs.)} \\ P \supset Q \\ \hline \therefore P \supset (Q \wedge P) \end{array}$
$\begin{array}{l} \text{Adición (Ad.)} \\ P \\ \hline \therefore P \vee Q \end{array}$	17	18	19	$\begin{array}{l} \text{Modus Tollens (M.T.)} \\ P \supset Q \\ \sim Q \\ \hline \therefore \sim P \end{array}$
$\begin{array}{l} \text{Silogismo Hipotético} \\ \text{(S.H.)} \\ P \supset Q \\ Q \supset R \\ \hline \therefore P \supset R \end{array}$	24	25	20	$\begin{array}{l} \text{Modus Ponens} \\ \text{(M.P.)} \\ P \supset Q \\ P \\ \hline \therefore Q \end{array}$
$\begin{array}{l} \text{Conjunción (Conj.)} \\ P \\ Q \\ \hline \therefore P \wedge Q \end{array}$	23	22	21	$\begin{array}{l} \text{Simplificación} \\ \text{(Simp.)} \\ P \wedge Q \\ \hline \therefore P \end{array}$
$\begin{array}{l} \text{Modus Ponens} \\ \text{(M.P.)} \\ P \supset Q \\ P \\ \hline \therefore Q \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{Simplificación} \\ \text{(Simp.)} \\ P \wedge Q \\ \hline \therefore P \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{Conjunción (Conj.)} \\ P \\ Q \\ \hline \therefore P \wedge Q \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{Conjunción (Conj.)} \\ P \\ Q \\ \hline \therefore P \wedge Q \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{Dilema Constructivo} \\ \text{(D.C.)} \\ (P \supset Q) \wedge (R \supset S) \\ P \vee R \\ \hline \therefore Q \vee S \end{array}$

Figura 1: Juego ganado

Fuente: Presentación de Q.E.D. en Encuentro de Didáctica de Lógica Mazatlán 2007.

1	2	$\begin{array}{l} O \supset (M \wedge B) \\ R \wedge B \\ O \wedge R \\ \hline \therefore [(M \wedge O) \wedge R] \vee B \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{Simplificación} \\ \text{(Simp.)} \\ P \wedge Q \\ \hline \therefore P \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{Modus Tollens} \\ \text{(M.T.)} \\ P \supset Q \\ \sim Q \\ \hline \therefore \sim P \end{array}$
16	17	18	19	$\begin{array}{l} \text{Simplificación} \\ \text{(Simp.)} \\ P \wedge Q \\ \hline \therefore P \end{array}$
15	24	25	20	$\begin{array}{l} \text{Simplificación} \\ \text{(Simp.)} \\ P \wedge Q \\ \hline \therefore P \end{array}$
$\begin{array}{l} \text{Simplificación} \\ \text{(Simp.)} \\ P \wedge Q \\ \hline \therefore P \end{array}$	23	22	21	$\begin{array}{l} \text{Silogismo} \\ \text{Hipotético (S.H.)} \\ P \supset Q \\ Q \supset R \\ \hline \therefore P \supset R \end{array}$
$\begin{array}{l} \text{Absorción (Abs.)} \\ P \supset Q \\ \hline \therefore P \supset (Q \wedge P) \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{Dilema} \\ \text{Constructivo (D.C.)} \\ (P \supset Q) \wedge (R \supset S) \\ P \vee R \\ \hline \therefore Q \vee S \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{Adición (Ad.)} \\ P \\ \hline \therefore P \vee Q \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{Simplificación} \\ \text{(Simp.)} \\ P \wedge Q \\ \hline \therefore P \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{Conjunción (Conj.)} \\ P \\ Q \\ \hline \therefore P \wedge Q \end{array}$

Figura 2: Juego cerrado

Fuente: Presentación de Q.E.D. en Encuentro de Didáctica de Lógica Mazatlán 2007.

1	2	$O \supset (M \wedge B)$ $R \wedge B$ $O \wedge R$ <hr/> $\therefore [(M \wedge O) \wedge R] \vee B$	Simplificación (Simp.) $P \wedge Q$ <hr/> $\therefore P$	Modus Tollens (M.T.) $P \supset Q$ $\sim Q$ <hr/> $\therefore \sim P$
16	17	18	19	Simplificación (Simp.) $P \wedge Q$ <hr/> $\therefore P$
15	24	25	20	Simplificación (Simp.) $P \wedge Q$ <hr/> $\therefore P$
Simplificación (Simp.) $P \wedge Q$ <hr/> $\therefore P$	23	22	21	Silogismo Hipotético (S.H.) $P \supset Q$ $Q \supset R$ <hr/> $\therefore P \supset R$
Absorción (Abs.) $P \supset Q$ <hr/> $\therefore P \supset (Q \wedge P)$	Dilema Constructivo (D.C.) $(P \supset Q) \wedge (R \supset S)$ $P \vee R$ <hr/> $\therefore Q \vee S$	Adición (Ad.) P <hr/> $\therefore P \vee Q$	Simplificación (Simp.) $P \wedge Q$ <hr/> $\therefore P$	Conjunción (Conj.) P Q <hr/> $\therefore P \wedge Q$

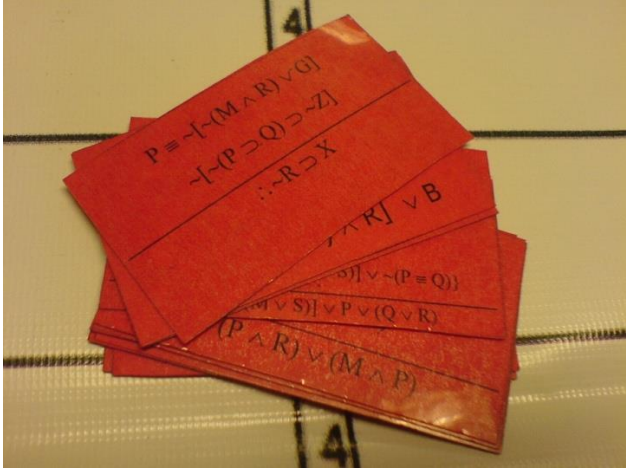
Figura 3: Uso incorrecto del tablero

Fuente: Presentación de *Q.E.D.* en Encuentro de Didáctica de Lógica Mazatlán 2007.

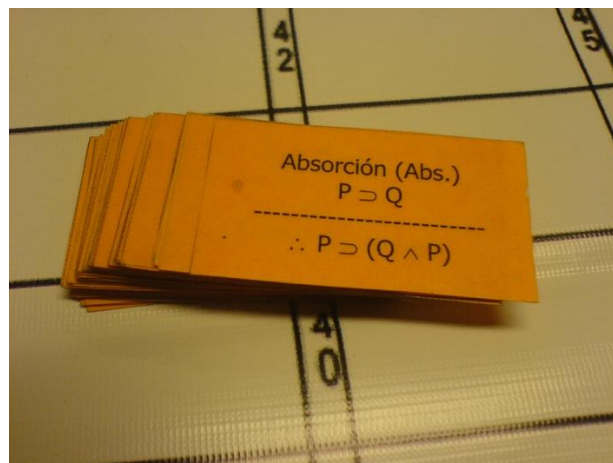
2.2.3.4. Componentes físicos de Q.E.D.

El juego *Q.E.D.* está conformado por los siguientes artículos u objetos físicos, que son indispensables para el juego:

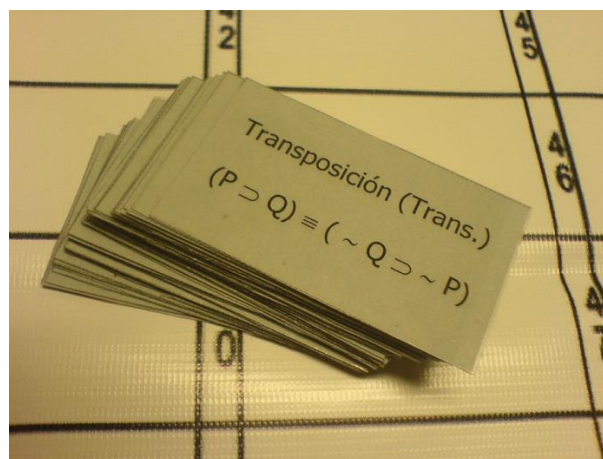
Tabla 2: Componentes de Q.E.D.

Componente físico	Descripción gráfica
1 Tablero	
Tarjetas de problemas	

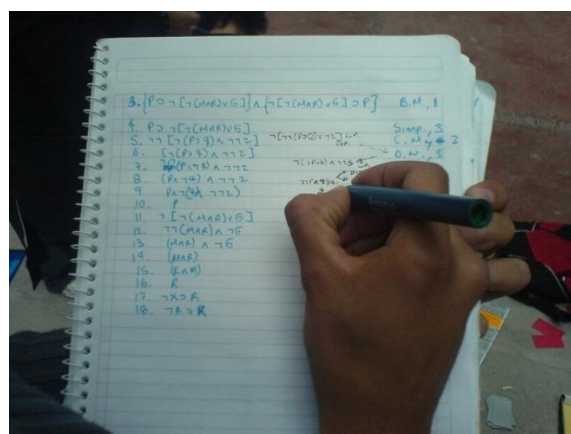
Tarjetas de reglas de inferencia



Tarjetas de reglas de reemplazo



Hoja para realizar estrategias



FUENTE: TARJETAS ELABORADAS POR AMÍLCAR ARROYO Y HÉCTOR PAZ PARA EL ENCUENTRO INTERNACIONAL DE DIDÁCTICA DE LA LÓGICA REALIZADO EN MAZATLÁN SINALOA 2007.

CAPÍTULO III

Q.E.D. Y EL MÉTODO COL

En este capítulo abordaremos reflexivamente *Q.E.D.*, con base en una metodología llamada COL, Comprensión Ordenada del Lenguaje, que Ariel Campirán Salazar ha desarrollado junto con otros de sus colegas.

En el libro *Habilidades de pensamiento crítico y creativo. Toma de decisiones y solución de problemas. Lecturas y ejercicios para el nivel universitario*; la Dra. Martha Elba Ruíz, describe al Método COL, como una propuesta didáctica que contiene el pensamiento crítico, la toma de decisiones y la resolución de problemas que; “permite visualizar que el impacto del texto no sólo será en la forma como se realiza el desarrollo de las Habilidades del Pensamiento hasta hoy, [...] sino que también tendrá un impacto en los estudiantes”. (Campirán, Ariel. 2017, 5). Al desarrollar estos puntos fundamentales, se puede lograr un impacto en el desarrollo de los estudiantes, como lo indica la Dra. Ruíz: “Me atrevo a afirmar que el impacto llegará a todo aquel que esté interesado en el desarrollo del pensamiento del 3er. Nivel: crítico y creativo”, (Campirán, Ariel. 2017, 5). logrando así, como veremos más adelante, que el alumno cree, diseñe y proporcione algo nuevo al tema.

De acuerdo con Campirán (2000), existen tres grupos de habilidades de pensamiento. Lo que intentaremos en este capítulo será explorar si algunas de las habilidades de cada uno de estos tres grupos, podría ser constatada o bien promovida mediante *Q.E.D.* Los tres grupos de habilidades son los siguientes:

- Habilidades básicas del pensamiento: 1er nivel pre-reflexivo de COL. Este nivel busca proporcionar la experiencia para poder comprender de una forma general. En este nivel se puede tener todavía ambigüedades, vaguedades, pero esta situación es imprescindible para poder pasar al nivel siguiente.
- Habilidades analíticas del pensamiento: 2º nivel reflexivo de COL. Está destinado a las relaciones que sirven en la etapa de estudiante, en este nivel se logra obtener mayor claridad, precisión. Estos logros serán necesarios para el siguiente nivel.
- Habilidades Críticas del pensamiento: 3er nivel experto de COL. En este nivel ya se nota una originalidad propuesta por el alumno.²⁴

Con esto en mente, volveremos a una descripción más detallada de la metodología COL y diremos algo sobre la importancia de COL en la Universidad Veracruzana y en otros lugares, y la importancia de Campirán en el contexto del Pensamiento Crítico en México.

3.1. Revisión de las Habilidades básicas del pensamiento: nivel pre-reflexivo de COL

En este primer nivel, el jugador evalúa las diferentes formas de analizar la situación de cada participante involucrado en el juego. Es decir, cuando un jugador es nuevo dentro de las áreas lógico-matemáticas, tiende a no realizar pensamientos que puedan ser reflexivos antes de iniciar un movimiento en la partida, por eso se dice en el juego: “¡piensa antes de hacer y no hagas para después pensar en lo que no puedes ya remediar!”. Sánchez, Ludivina & Aguilar, Gildardo. (2009).. En *Q.E.D.* se le solicita al jugador, en primera instancia, recordar las clases anteriores en las que

²⁴ Para más información sobre el tema se recomienda consultar los siguientes textos donde Campirán profundiza en los niveles: Campirán, Ariel, (2017) y el texto de Sánchez, Ludivina. & Aguilar, Gildardo. (2009).

se hayan visto ejemplos similares para poder analizar el problema. Luego se le solicita tener una reflexión, y al final, argumentar y justificar las razones de los pasos a seguir.

Debido a la situación descrita en el párrafo anterior, los jugadores o participantes en *Q.E.D.*, al principio no anticipan una planeación para poder crear estrategias que puedan generar una ventaja contra su adversario, lo cual, los hace perder e incluso se les dificulta la parte lógica, debido a que esa habilidad, no está potencializada. En algún sentido, el proceso en el primer nivel de COL explica lo que pasa al principio de un juego: en un primer nivel, podemos fallar en la habilidad de manipular las reglas del juego, o bien, si esto no ocurre, podemos fallar en la construcción de una estrategia adecuada para cumplir ciertos objetivos del juego. Conforme se fueron realizando más pruebas durante un período, se pudo observar que la primera etapa de la validación se iba generando, conforme el participante se adentraba al juego, es decir, para la mitad de la evaluación y el final del juego, el estudiante o participante, obtuvo una mejora considerable en su habilidad para demostrar. Lo anterior se corroboró mediante los tiempos de pensamiento, los cuales, en un inicio eran bajo “suerte”. Luego fue esperar mientras se pensaba la estrategia a utilizar para ganar el juego. Así que el método COL puede verse como una secuencia de procesos que parece estar presente en el desarrollo de habilidades cognitivas.

Específicamente, el proceso sugerido para el uso de *Q.E.D.* en el aprendizaje de Deducción Natural fue el siguiente:

Se le hacían preguntas concretas como: ¿De qué te das cuenta? ¿Qué comprendes del juego?
¿Ya pensaste qué procede?

Con estas preguntas se promovía el interés por la reflexión, por la observación, por la comparación, pero también por la clasificación y la descripción.

Además, pensamos que se desarrolló paulatinamente una especie de curiosidad básica, una forma de actitud inquieta e investigadora que parte de los sentidos y se dirige a la atención, como algo “natural”.

Notemos que este primer momento en *Q.E.D.*, contiene aún ambigüedades y vaguedades que después podrán ser disueltas. No obstante, se avanza en el conocimiento de los componentes de una demostración formal de validez, pero también en las formas en que se clasifican en estructuras las fórmulas particulares propuestas en un argumento, y en estrategias básicas de abordaje del desarrollo de la demostración.

3.2. Revisión de las Habilidades Analíticas del Pensamiento

Este segundo nivel, que constituye parte del modelo COL, se adquiere después de la reflexión, debido a que, para poder analizar se necesita observar y pensar sobre lo que se puede hacer. Estas habilidades analíticas le dan al jugador y cualquier alumno, la experiencia de comprender de una forma nueva y precisa la situación. En este caso era capaz de analizar la situación al final de la evaluación, es decir, conforme se le daban pautas y jugaba, adquiría experiencia, reflexionaba y analizaba su siguiente jugada. Normalmente esto se debía a que planteaba hipótesis durante el proceso del juego, para intentar predecir lo que ocurría después de su juego o el movimiento a realizar por su contrincante. Esto es claramente un proceso de regresión, tipo abducción, como el que hemos comentado antes.

Las habilidades anteriores implican, entonces:

Comprender todo un movimiento o los componentes que conforman el juego, entre estos la unión de los movimientos de los otros participantes, con el fin de constituir con todos los movimientos una sola demostración correcta, que concatene varias consecuencias con las reglas encontradas. Así, se pueden dar cuenta cada jugador de lo que hace el otro en su estrategia y qué le puede llegar a servir en su propia solución, lo cual le puede ayudar a obtener la victoria.

Comprobar la hipótesis planteada ante cada jugada y ver si funciona o si se debería plantear una nueva.

Una contribución para distinguir las relaciones entre hechos e hipótesis.

El proceso de aplicaciones de *Q.E.D.*, permitió a los estudiantes adquirir coherencia, orden, claridad, precisión, y rigor lógico, pero también rigor epistémico. El rigor lógico se basó en el uso estricto de las reglas con que se lleva a cabo la demostración formal de validez, y el rigor epistémico se fortaleció a través de la serie de hipótesis elaboradas que el jugador genera, por lo menos sobre su propia estrategia de demostración.

Lo anterior, en el juego, implicó un análisis de la propuesta, una comprensión más precisa de cómo funciona cada regla, su distinción en reglas que corresponden a equivalencias lógicas y reglas que corresponden a implicaciones lógicas, y el reconocimiento clasificatorio de partes del argumento, tomado en cuenta para la demostración, como instancias de los esquemas que definen a cada regla.

En el capítulo 2 del libro de Campirán (2017) se explica el orden de las habilidades de pensamiento analítico: previo al *argumentar* como una *HP* se procesa la información con *autoobservación*, *juicios* con el compromiso lógico-epistémico, *abstracciones*, *análisis* e

inferencias. Q.E.D., muestra que los jugadores procesan mediante tales HP llegado el momento de justificar sus estrategias, sean ganadoras o no.

3.3. Revisión de Habilidades Críticas y Creativas del Pensamiento

Algo que es claro es que el pensamiento crítico y creativo es el nivel más deseable para cualquier alumno. En ese tercer nivel se trata de lograr proponer algo nuevo, algo propio, que tenga una funcionalidad en su vida profesional, se busca que el alumno al obtener estas habilidades en este nivel pueda llegar a juzgar teóricamente o contando con un modelo, y a poder pensar de una manera crítica.

Campirán nos explica que, en este tercer nivel, las estrategias cognitivas se logran entender gracias a los procesos analíticos y es en este momento cuando se logra ver la “originalidad” es decir, la propuesta del propio alumno al poder evaluar o crear algo con su propio criterio.

Además de lo establecido por Campirán (2000), existe otra definición de metacognición que también se aplica para este proyecto. La *American Psychological Association (APA)*, estableció que, para definir el pensamiento crítico, se necesita lograr lo siguiente, que también resulta muy pertinente para el caso de *Q.E.D.*: “la formación de un juicio autorregulado para un propósito específico, cuyo resultado en términos de interpretación, análisis, evaluación e inferencia puede explicarse según la evidencia, conceptos, métodos, criterios y contexto que se tomaron en consideración para establecerlo. De acuerdo con la APA, las seis dimensiones del pensamiento crítico son: interpretación, análisis, evaluación, inferencia, explicación y autorregulación.” Olivares, Silvia. & López, Mildred. (2017). Esto implica que la metacognición debe ser

considerada como parte de una habilidad del mismo pensamiento, la cual podrá preparar al estudiante para comprender situaciones específicas en las cuales logrará evaluar y tomar decisiones sobre el punto, conociendo las posibles consecuencias.

Ahora bien, las habilidades críticas y creativas del pensamiento son la parte final de esta validación establecida por Campirán (2000, 2017). Entonces, en este punto del proyecto es donde se evalúa la originalidad de cada participante. Una vez alcanzadas las primeras dos habilidades la tercera es significativamente más fácil de establecer. En el caso de *Q.E.D.*, respecto de las habilidades críticas y creativas, se estuvieron observando los modelos de solución propuestos por los participantes en el juego, y estas estrategias permitieron avanzar en las habilidades para ganar en el juego, o por lo menos para dar con una propuesta de demostración no sólo correcta sino viable a la luz de las cartas obtenidas, lo que permitió una participación en el juego que gozó de mayor confianza.

Algo que se vio durante la evaluación, fue la capacidad de proponer alternativas ante el problema: comparaban ciertas formas, y con base en ello, formulaban nuevos modelos de solución a seguir. El pensamiento crítico, es el poder apropiarse de conocimiento gracias a ciertas habilidades y herramientas, que se deben constantemente ejercitar y no sólo memorizar. Respecto de esta idea, en *Q.E.D.*, el jugador puede ejercitar de modo constante su habilidad de resolución o su habilidad de identificar una instancia de regla, o bien su habilidad para construir una prueba con un conjunto de recursos limitados particulares (pues debe hacerlo con las cartas disponibles).

Algunos autores han tratado de precisar los conceptos básicos del Método COL de Campirán. Es importante notar cómo sus reflexiones coinciden también con los resultados

obtenidos mediante *Q.E.D.* En la siguiente tabla, que es de su autoría, añadiré las reflexiones que vinculan estos conceptos con los resultados de *Q.E.D.* (Sigo la fuente: Sánchez & Aguilar, 2009)

Tipo de pensamiento	Facultad asociada	Parte del cerebro asociada	Expresión de la creatividad	Relación con <i>Q.E.D.</i>
Pensamiento reactivo animal	Memoria: irreflexiva, sólo graba y repite	Hipotálamo	Nueva conducta, rompe patrón	En <i>Q.E.D.</i> se evita sólo el memorizar las reglas de lógica, en el juego se puede ver este tipo de pensamiento cuando el alumno sólo tira las cartas por tirarlas. Esto sucede cuando el jugador desconoce el juego o es la primera vez que lo juega, lo lleva a un pensamiento reactivo y se coloque en un “estado de emergencia” (Sánchez & Aguilar, 2009, 13).
Pensamiento lateral	Emoción: siente, es corporal	Hemisferio derecho (HD)	Idea, imagen, expresión corporal	<i>Q.E.D.</i> , no fomenta, ni logra una expresión o actividad corporal, sólo fomenta un pensamiento deductivo, ya que el jugador empieza a relacionar imágenes, y empieza a crear nuevas formas de resolver.
Pensamiento lógico	Intelecto: divide en partes y relaciones, clasifica	Hemisferio izquierdo (HI)	Genera hipótesis, hace inferencias	En <i>Q.E.D.</i> se desarrolla este tipo de pensamiento ya que el jugador se ve en la necesidad de dividir el tablero en varias partes, dependiendo de las reglas que se encuentren en el mismo. Cabe señalar que el pensamiento lógico se desarrolla en un sentido más enriquecedor que la forma memorística de las clases habituales. pues el juego logra que el jugador entienda perfectamente el uso de las reglas de lógica

Tipo de pensamiento	Facultad asociada	Parte del cerebro asociada	Expresión de la creatividad	Relación con Q.E.D.
Pensamiento unificado	Voluntad: decide, integra, intenta	HI + HD + cuerpo calloso	Intentos personales, toma de decisión	En <i>Q.E.D.</i> se logra integrar diferentes opciones de solución, ya que es necesario hacerlo para poder tener la mejor estrategia de solución y poder ganar el juego, pues debe entender lo que está haciendo el otro y se pueden tomar decisiones en virtud de ello.
Pensamiento Creativo	Imaginación: suelta, libera, rompe límites, elimina estructuras	Todas	Diversa, dependiendo del tipo de pensamiento	<p>El pensamiento creativo, se fomenta dentro del juego <i>Q.E.D.</i>, pues al revisar el tablero y tener la opción de cambiar de estrategia da al jugador la oportunidad de cambiar su idea principal y logra entender que no únicamente existe una solución al mismo problema.</p> <p>Esa búsqueda de alternativas fomenta la creatividad. no es, la creatividad, la forma de inteligencia que más se fomenta, pero existe un fomento de la creatividad en este aspecto. Lo que se crea es una estrategia particular en el uso de las reglas.</p>

Los autores de la Tabla, nos indican que todos tenemos los 5 tipos de pensamiento y dependiendo de la situación en la que estemos, un pensamiento predominará más que otro, aunado a ello dependerá del grado de consciencia y desarrollo que tenga cada persona.

3.4. Tablas de Análisis COL-Q.E.D. y la Metacognición.

Recordemos que, como lo indico en el Capítulo 1, la Metacognición es un proceso cognitivo complejo, pero implica dos componentes principales el conocer sobre la cognición y el regularla. La metacognición será la vinculación de un cierto conocimiento que logramos obtener de nuestro funcionamiento cognitivo para poder entender “el saber qué” que será parte del proceso para poder llegar al “saber cómo”. Recapitulando a Campirán, la metacognición es un saber “darse cuenta”, lo cual nos llevará a lograr cambiar conceptos, creencias y actitudes.

En la sección anterior, dimos una aproximación no detallada de algunas aplicaciones de Q.E.D. que son ejemplos de los diferentes niveles de desarrollo de habilidades propuestos en COL. Intentaremos en esta sección, una propuesta de comparación entre COL y Q.E.D. que atiende a una serie de rasgos más de detalle atribuidos a cada una de las etapas en COL, pero trataremos de que este nuevo análisis en contraste con COL sea, más detallado y dirigido a entender cómo COL está vinculado con una noción de metacognición particular.

Campirán, en su libro *Habilidades de pensamiento crítico y creativo. Toma de decisiones y solución de problemas. Lecturas y ejercicios para el nivel universitario*, nos habla sobre las habilidades de pensamiento, la toma de decisiones y la solución/resolución de problemas, y sobre cómo contribuir a formar un pensamiento creativo en el estudiante. Campirán lo que busca es “formar recursos humanos capaces no sólo de manejar información sino de producir agentes epistémicos que se integren a la llamada sociedad del conocimiento.” (Campirán, 2017, 7)

Dentro del texto Campirán nos va presentando distintas tablas que él desarrolló, sobre habilidades de pensamiento, estrechamente ligadas al Modelo COL. Para fines de este trabajo haré

una revisión de estas tablas y así analizaré si el juego *Q.E.D.* cumple con lo que señalan para poder llegar a una metacognición.

3.4.1. En la tabla del capítulo 1: 1er y 2do nivel en el Modelo COL. (Campirán, 2017, 27)

HBP (Habilidades Básicas de Pensamiento)	HBP primer nivel (dato)	HBP segundo nivel (información)	<i>Q.E.D.</i>
1.- Observación	1.1 Observación basada en los sentidos	1.2 Observación mediada por los sentidos y por la atención	En <i>Q.E.D.</i> , es necesario observar en los dos sentidos tanto los datos como la información; en <i>Q.E.D.</i> primero se observa para poder revisar y entender las estrategias, reglas y posibles soluciones
2.- Descripción	2.1. Descripción ostensiva o mediante una palabra o gesto	2.2 Descripción lingüística, manejo atinente de: - términos referenciales para nombrar objetos, personas, etc. - uso de frases (relaciones entre sustantivos y adjetivos) - uso oraciones simples de la forma sujeto-predicado	En <i>Q.E.D.</i> se da una descripción clara de cada una de las reglas, de una estructura argumentativa, y de un modelo de solución posible.
3.- Relación	3.1 Relaciones de ensayo: causa falsa contigüidad, semejanza	3.2 Relaciones: temporales espaciales analógica, causales, simples, pertenencia...	En <i>Q.E.D.</i> el estudiante comienza a encontrar relaciones de semejanza al comparar partes del esquema como instancias de esquemas de regla. El jugador también puede comenzar, en un momento dado, a construir estrategias nuevas a partir de establecer analogías respecto de modelos de solución usados por él o por otros participantes.
4 Clasificación	4.1 Agrupaciones (sin concepto de clase)	4.2 Mecanismos de abstracción para la	En <i>Q.E.D.</i> el alumno empieza a clasificar las reglas de lógica, lo cual es necesario para poder ir entendiendo la forma de ir

		organización mediante clases	jugando. Por otro lado, como se trata de la demostración de un argumento, pero visto en signos tales que son abstracciones de los enunciados del lenguaje natural, los estudiantes también refuerzan una forma de abstraer la estructura lógica de un argumento expresado en lenguaje natural.
--	--	------------------------------	--

3.4.2. En la tabla del Capítulo 2, Siete Habilidades analíticas de pensamiento: perspectivas disciplinar y transdisciplinar. (Campirán, 2017, 35)

1. Autoobservar	<p>Experiencia de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ser un observador: autoconciencia del agente. • La perspectiva reflexiva del observador en el procesamiento: el punto de vista del agente. <ul style="list-style-type: none"> ❖ Se capaz de observar con atención desde una perspectiva. Observador=agente epistémico • Darse cuenta de la experiencia misma <ul style="list-style-type: none"> ❖ Ser capaz de observar el mecanismo biológico sin atención (HB primer nivel: adquisición de datos) y el observador con atención (HB segundo nivel: generación de información). Observa el observar pre-reflexivo ❖ Ser capaz de que el observador diferencie el objeto (situación que se observa), el agente (el que observa), el resultado (la observación como tal) Observar reflexivo ❖ Ser capaz de que el observador meramente observe sin juzgar. Observar metacognitivo 	<p>En <i>Q.E.D.</i> el alumno aprende a observar y a autoobservar. A observar lo que hay en el tablero, las posibilidades o formas que existen para poder resolver el problema. Logra el darse cuenta de lo que puede hacer, tomar en cuenta, las opciones que existen. El jugador debe observar con atención el juego, puesto que es una situación compleja que requiere tener en cuenta todas las premisas, las reglas que se van introduciendo y las estrategias que se van avanzando. Además, debe observar su propia estrategia en el juego, lo que lo obliga a una autoconciencia, de ese aspecto de sí mismo que es su estrategia argumentativa.</p>
-----------------	--	---

2. Juzgar	<p>Experiencia de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Formular juicios de diversos tipos. Describir proposicionalmente. • Identificar partes y relaciones vía lenguaje. <p>Uso intencional de operadores relacionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Temporales, espaciales. ❖ Analogía o de comparación: semejanza, diferencia. ❖ Causales simples y compuestas: causa necesaria, causa suficiente, multicausa, causa en condiciones reales, causa en condiciones ideales, etc. ❖ Semánticas, sintácticas, formales, etc. <ul style="list-style-type: none"> • Representar con lenguaje la experiencia 	<p>Con <i>Q.E.D.</i> el alumno se entrena en la capacidad de juzgar, ya que dentro del juego necesita comparar entre las soluciones que tiene y optar por una de ellas, lo que lo obliga a emitir un juicio.²⁵</p> <p>No se entrena en relaciones inferenciales temporales ni espaciales. Se pueden establecer analogías entre los juegos de diferentes jugadores. Los juicios enfrentan cuestiones semánticas, sintácticas y formales, puesto que esas son las características de la lógica.</p>
3. Abstraer	<p>Experiencia de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Separar mediante criterios los componentes relevantes de la observación. • Nombrar y describir las partes y/o relaciones de unidades estructurales relevantes. • Integrar en unidades de análisis las partes y/o relaciones relevantes • Integrar en información /conceptual una unidad de análisis 	<p>En <i>Q.E.D.</i> es necesario abstraer, el ejercicio que está en tablero, para poder resolver y conocer cuántas formas existen para poder resolver el ejercicio. Esto último se encuentra también vinculado al razonamiento multicausal, pero más generalmente al regresivo.</p>
<p>4. Analizar: todo- parte</p> <p>Sintetizar: parte- todo</p>	<p>Experiencia de, con y sin aparato teórico:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar y aislar partes y/o relaciones de unidades estructurales relevantes. ❖ Formal: parte y relación estructural • Identificar y aislar partes y/o relaciones de unidades conceptuales relevantes. ❖ Contenido: parte y relación conceptual • Integrar partes y/o relaciones estructurales y conceptuales relevantes en unidades. ❖ Formal: parte y relación estructural ❖ Contenido: parte y relación conceptual 	<p>En <i>Q.E.D.</i> se necesita realizar el análisis de todo el juego, es decir del problema que está en el tablero para poder tomar decisiones sobre qué estrategia tomar, para poder ganar o cerrar el juego. La estrategia dependerá de las cartas que se tenga, es decir se debe analizar las partes del juego para poder desarrollar la estrategia general.</p>

²⁵ Algunos autores consideran que la abducción no necesariamente es un razonamiento que tenga que ver con lo empírico. Véase. Gaytán, David. (2015). y también Gabbay, Dov, Woods, John: (2006).

5. Inferir	<p>Experiencia de, con y sin aparato teórico:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Visualizar consecuencias estructurales y de contenido partiendo de juicios • Visualizar supuestos estructurales y/o de contenido partiendo de juicios. • Identificar y evitar consecuencias aparentes, falaces y errores categoriales. 	<p>En <i>Q.E.D.</i> Las primeras inferencias que se aprenden son las de la lógica formal, que aparecen en las cartas, y que se emplean para la demostración cuya meta es en lo que el juego consiste. Además, para ganar debe inferirse lo que puede pasar en el juego y las cartas que pueden estar en el mazo, para saber si le faltan reglas al jugador para poder realizar su demostración. Con ello el jugador puede identificar las cartas faltantes y los modelos de solución que son estrategias viables para evitar consecuencias de que su estrategia no sea ya posible, dados los recursos limitados.</p>
6. Argumentar	<p>Experiencia de, con y sin aparato teórico:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Visualizar premisas a partir de conclusiones y viceversa. • Identificar la lógica subyacente del argumento. • Hilar argumentos en argumentaciones que justifiquen y/o expliquen. • Usar diagramas y/o esquemas argumentativos y/o formas lógicas válidas. • Identificar y evitar falacias. 	<p>La misma demostración que hay que desarrollar como meta para ganar el juego es ya un razonamiento. Además, el propio desarrollo de una estrategia con un modelo de solución viable, es ya una forma de entrenamiento para la hilación de argumentos. Por otro lado, al decir que ya ganó, el alumno tiene que argumentar cada uno de los pasos que siguió para poder resolver el ejercicio que está en el tablero. Entonces, en caso de que no lo logre justificar, pierde. En el proceso de justificar el alumno tiene que volver a pensar la estrategia que lo llevó a resolver inicialmente el ejercicio como tal. Esto consiste en plantearse su propio modelo de</p>

		<p>solución como una conclusión que requiere premisas.</p> <p>El reconocer las reglas válidas de inferencia, que constituyen reglas del juego, le permite identificar como falacias formas que puedan diferir de esas reglas.</p>
7. Teorizar	<p>Experiencia de construir con criterios y métodos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Formulación del trasfondo o marco conceptual previo. • El problema y la hipótesis. Selección de la metodología y método • Construcción del marco conceptual o andamiaje relevante a la propuesta. • La hipótesis y la demostración (contrastación). Selección de la epistemología. • La generalización o alcance de la hipótesis. • El uso y/o modelización de la propuesta. 	<p>En <i>Q.E.D.</i> al momento de demostrar la forma en que supuestamente ganó, debe mostrar la metodología usada, cómo fue que logró construir esa estrategia y en su caso mostrar su forma de resolver su propuesta.</p> <p>En el transcurso del juego el participante tiene que construir hipótesis acerca de posibles caminos, para llegar a una fórmula y después de ello intentar representar con precisión su modelo de solución viable. Hay, por lo tanto, un conjunto de metodologías apropiadas, que pueden aprenderse con la práctica, para competir en el juego.</p> <p>No se entrena en otros tipos de metodologías de investigación más amplias. Es posible y usual adelantar hipótesis sobre cuál será la estrategia del otro jugador, hipótesis que se irán corroborando o falsando (contrastación) conforme avance el juego y los jugadores pongan en la mesa nuevas cartas.</p>

3.4.3. En la tabla del Capítulo 3: HCP: modelo de siete. Espiral C1 a C7 (Campirán, 2017, 51)

Habilidades críticas del pensamiento	Modelos y teorías: visión sistémica*	Q.E.D.
1. Observación de teorías y/o modelos	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Representaciones mentales: mapa mental ❖ Representaciones conceptuales: mapa conceptual 	En <i>Q.E.D.</i> es necesario crear una estrategia paso por paso, es decir un mapa conceptual de cómo ir resolviendo cada uno de los ejercicios y se puede dar cuenta de que existen una o más posibilidades.
2. Descripción/ forDescripción/	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Modelo mental ❖ Modelo conceptual ❖ Modelo base-puente-propuesta²⁶ 	<p>En <i>Q.E.D.</i> el alumno empezará a crear modelos ya que se verá en la necesidad de seguir estrategias.</p> <p>El alumno se dará cuenta que no sólo hay una solución al problema, sino que también se puede solucionar de dos o más formas. En este sentido, genera un modelo base-puente-propuesta, ya que logra encontrar una o más soluciones al ejercicio que se encuentra en el tablero. Llegar a la construcción mental de estas varias soluciones de la demostración formal, requiere tiempo. Y exige del jugador, en esta etapa, un nivel mayor de dominio sobre la forma en que puede utilizar las diferentes reglas del Cálculo Proposicional.</p>
3. Relación de modelos Análisis de teorías y/o modelos	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Revisión de modelos ❖ Comparación de modelos ❖ Re-construcción de modelos 	Hay que distinguir dos etapas en la construcción de una demostración formal dentro de <i>Q.E.D.</i> : una etapa que podríamos llamar la de “construcción de modelos posibles”, y una que podríamos llamar la “construcción de modelos viables”. En la primera de ellas, el estudiante construye sus estrategias o modelos de solución tomando como punto de partida su dominio sobre el Método de Deducción Natural. En este momento, el estudiante, puede desarrollar diversas alternativas que están únicamente normadas por su propia capacidad de atribuir la aplicación de cada regla como

²⁶ Para Campirán, un modelo es la conexión que existe entre la parte teórica y lo real.

Habilidades críticas del pensamiento	Modelos y teorías: visión sistémica*	Q.E.D.
		<p>componente de una demostración formal de validez. No obstante, en la segunda forma de construir modelos, la construcción de modelos viables, debe poner un límite sobre esta construcción ideal y comenzar a recortar, de entre los modelos posibles, aquellos que pueden en verdad realizarse en consideración de las cartas que se tienen a disposición. Así, el estudiante empieza a crear estos puentes entre teorías y modelos, pero, en el caso de Q.E.D., los puentes conectan las situaciones ideales con restricciones en un mundo de recursos limitados, digámoslo así.</p> <p>Al crear estos puentes el alumno logrará comprender mejor las reglas de Lógica, ya que realizará algunos mapas (estrategias para solucionar un ejercicio, con restricciones de viabilidad).</p>
4. Construcción- Formulación de modelos alternativos:	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Identificación y construcción de modelos: La base el puente, la propuesta ✓ Modelos Alternativo (nivel fantasía/diseño) [v. Capítulo 4] ✓ Evaluación de modelos alternativos 	<p>Hay así, dos formas en que el estudiante construye modelos alternativos: una sobre las condiciones ideales de solución de una demostración formal de validez, otra, sobre las condiciones limitadas de esta misma demostración. El estudiante en Q.E.D. logrará el construir y formular estrategias diferentes para solucionar los problemas, los cuales podrá llevar a la práctica.</p> <p>Puede decirse entonces que en Q.E.D. el alumno tiene que realizar un proceso dinámico de reconstrucción de modelos, ya que recordemos que las piezas son limitadas. La construcción de sus modelos alternativos dependerá también de las piezas que necesita, las piezas de los otros jugadores, invitándolo a evaluar y reevaluar estas alternativas y producir otras de manera constante.</p>
5. Propuesta de modelo original: 4 etapas	<p>Uscanga borbón, M (2013); Justi, Rosária (2006)</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Generación de modelos originales 	<p>Se espera que al llegar a comprender y encontrar distintas formas de solucionar los ejercicios el alumno podrá hasta crear sus propios ejemplos o ejercicios para ponerlos en práctica y así seguir reforzando las reglas de Lógica.</p> <p>Pensamos que, al empezar a crear sus propios ejercicios o sus propias estrategias, logramos avanzar no sólo en la memorización sino en la creación de más ejercicios, lo cual</p>

Habilidades críticas del pensamiento	Modelos y teorías: visión sistémica*	Q.E.D.
		es una ganancia que apunta al cumplimiento del objetivo original de crear el juego, que era el apoyo en una asignatura de Lógica elemental.
6. Síntesis holográfica	✓ Observación, relación y comparación holográficas	En Q.E.D. el alumno tiene que aprender a observar lo que hay en el tablero, pero tiene que lograr el poder mirar sólo la parte que necesita para poder ganar.
7. “Transferencia de modelos”.	❖ El planteamiento y la solución de problemas	En Q.E.D. existe esta transferencia ²⁷ ya que se visualiza, se identifica, se analiza y se cuestiona lo que hay en el tablero, para poder buscar si existe otra forma en la que se pueda resolver el problema, al encontrarlo se opta por el que más convenga dependiendo de lo que exista en el tablero. De este modo, por lo menos, ocurre una transferencia en el ámbito de los modelos ideales, al ámbito de los modelos viables. Pero esto también lo lleva a plantearse restricciones que podrían estar ocurriendo en la construcción de estrategias o modelos de solución que podrían estar ocurriendo en la mente de los otros jugadores.

3.4.4. En la tabla del Capítulo 4: HP creativas: (Campirán, 2017, 66)

Fases HP creativas:	Modificar algo dado Fantasía constreñida	Inventar algo nuevo Fantasía expandida	Q.E.D.
1. Identificar el desafío: <ul style="list-style-type: none"> Investigar Analizar 	Adquiera información del desafío <ul style="list-style-type: none"> Lo dado Lo posible Lo viable 	Adquiera información del desafío <ul style="list-style-type: none"> Lo posible Lo dado 	(1 y 2) Al momento de jugar Q.E.D. el alumno logrará crear esos desafíos tanto analíticos como críticos. Ya que puede modificar la estrategia que hizo al principio o puede crear una nueva estrategia con lo que hay en el tablero, lo
2. Fantasear <ul style="list-style-type: none"> Recrear Proponer Integrar Inventar 		Genere partes (componentes;	

²⁷ Entiéndase transferencia de modelos como aquello que nos permite “plantear y solucionar problemas” Campirán (2017, 60)

Fases HP creativas:	Modificar algo dado Fantasía constreñida	Inventar algo nuevo Fantasía expandida	<i>Q.E.D.</i>
	<p>Altere partes o relaciones de un todo dado.</p> <p>Conforme un todo diferente.</p>	<p>establezca relaciones entre ellas.</p> <p>Conforme un todo nuevo</p>	<p>viable es inevitablemente impulsado por la misma dinámica del juego.</p> <p>La creatividad está enmarcada por reglas, se crea una estrategia en el marco de una multiplicidad de posibilidades, pero posibilidades claramente delimitadas por la lógica deductiva, sin embargo, el margen para la creatividad permite una gran gama de niveles de complejidad en el juego, lo que demuestra que la creatividad es no sólo posible sino conveniente para obtener la meta.</p> <p>No hay una alteración de las partes, sino una capacidad enorme de integración de las reglas en estrategias, y en esa integración es en la que consiste más bien la creatividad en el caso de este juego. Lo que se crea es una forma particular de integración de reglas en una estrategia específica. el todo que se compone como producto de fantasear es una forma particular en la que se integra un conjunto de reglas en una estrategia inferencial.</p>
<p>3. Diseñar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Bosquejar • Planificar 	<p>Proyecte su fantasía.</p> <p>Ajuste el entorno</p>	<p>Proyecte fantasía</p> <p>Considere los nuevos entornos.</p>	<p>(3 y 4) Al jugar <i>Q.E.D.</i> el alumno empezará a diseñar su propia estrategia para poder</p>

Fases HP creativas:	Modificar algo dado Fantasía constreñida	Inventar algo nuevo Fantasía expandida	<i>Q.E.D.</i>
<ul style="list-style-type: none"> Proyectar 	Sitúe la propuesta en el entorno plausible/viable	Ajuste la fantasía/propuesta al entorno real.	ganar, es decir se ajusta a lo que el juego establece, pero conforme lo va jugando va construyendo nuevos entornos o nuevas estrategias para poder ganar.
4. Modelar	<p>Modele la propuesta.</p> <p>Construya.</p> <p>Use aparatos críticos (teorías y modelos)</p>	<p>Sitúe la propuesta como plausible/viable.</p> <p>Modele la propuesta.</p> <p>Construya.</p> <p>Use aparatos críticos (teorías y modelos)</p>	<p>El entorno del juego es sumamente preciso, depende de qué se presenta en la disposición de las cartas, del tablero, y en las acciones de los demás jugadores, que están reglamentadas por la lógica, sin embargo, se torna lo suficientemente complejo como para que la adaptación a él requiera un ajuste constante, y el empleo constante de la fantasía para continuar construyendo el mundo proyectado del otro jugador, ya que parte de ese entorno es lo que se supone que el otro está proyectando. No se modela sólo la propia estrategia, sino la estrategia que se atribuye a cada uno de los otros jugadores. Se crean modelos posibles de acción de los otros, que se van confirmando conforme juegan.</p>
5. Crear	<p>Realice la propuesta.</p> <p>Recrear</p> <p>Modifique la realidad.</p> <p>Transforme</p>	<p>Realice la propuesta: crear</p> <p>Altere la realidad.</p> <p>Invente.</p>	<i>Q.E.D.</i> le da la oportunidad de planear una forma de ganar pero también la puede modificar conforme van apareciendo las cartas en el tablero, lo cual puede llegar a alterar su

Fases HP creativas:	Modificar algo dado Fantasía constreñida	Inventar algo nuevo Fantasía expandida	<i>Q.E.D.</i>
			estrategia principal e inventar una nueva, lo cual nos lleva a tener que ver lo que hace el otro o lo que está pensando el otro.
6. Valorar	Enfatice: Funcionalidad (operatividad y economía); gusto (comodidad y placer sistémico) y valor estético. Disfrute la obra-creada. Re-signifique la obra en el entorno: subjetiva y objetivamente.	Enfatice: Funcionalidad (operatividad y economía); gusto (comodidad y placer sistémico) y valor estético; y originalidad. Disfrute la obra creada. Signifique la obra en el entorno: subjetiva y objetivamente.	(6 y 7) Operatividad en el juego. Crear estrategias con base en lo que tiene el otro jugador. No sólo se trata de crear estrategias propias de solución, sino que esas estrategias cumplan con cierto principio de economía (dado que los recursos son limitados), y que sea una estrategia que lo lleve a ganar sobre los demás jugadores. En el juego, se vuelve importante no sólo entender la posible estrategia del otro, sino la forma en que esa estrategia puede bloquearse, con fines de evitar que el otro gane el juego. Esto es por lo que creemos que <i>Q.E.D.</i> logra generar una metacognición múltiple.
7. Gozar			

3.4.5. En la tabla del Capítulo 8: La habilidad crítica de pensamiento: proposición de modelo original Instrumento Guía. (Campirán, 2017, 151)

Fases	Procedimientos	Q.E.D.
I Ejecución de HCP: Observación de modelos y Reconstrucción de modelo mental inicial	1. Identifica el objeto o entidad central del modelo que vas a reconstruir.	Con Q.E.D. se cumple esta primera fase de procedimiento, ya que logra identificar por lo menos una forma de resolver el problema
	2. Identifica o define el objetivo específico.	Empieza el alumno a definir una estrategia para resolver el problema que se encuentra en el tablero
	3. Selecciona variables de observación relacionadas con el objetivo específico acerca del objeto o entidad a modelar y del contexto en el que está inmersa.	Se da cuenta que por lo menos existe una solución al problema que está en el tablero y busca la más sencilla o de menos pasos para poder resolverlo.
	4. Realiza la búsqueda de resultados de observaciones previas en fuentes externas o fuentes personales internas (que pueden encontrarse como experiencias que se mantienen en la estructura cognitiva del constructor del modelo), o efectuar observaciones iniciales directas o indirectas cualitativas o cuantitativas, relacionadas con el objeto o entidad modelada y con el contexto en el que está inmersa.	Al encontrar que existen varias formas de resolverlo, también se empieza a dar cuenta que los otros jugadores tienen otras formas de resolverlo, lo cual lo obliga a replantear la forma de solución no sólo lo que tiene escrito, sino también lo que encuentra en el tablero.
	5. Describe el objeto o entidad sobre la que construirás el modelo con base en las variables de observaciones antes seleccionadas.	Los estudiantes tienen que buscar cómo demostrar que ganó y que todas las piezas para su solución ya se encuentran en el tablero.
	6. Efectúa la búsqueda del “origen” del objeto o entidad a modelar mediante el establecimiento de analogías (comparación	En Q.E.D. No se puede llevar a cabo esta parte, ya que no existen analogías en el juego.

Fases	Procedimientos	Q.E.D.
	entre dos dominios) o con base en recursos matemáticos.	
	7. Establece un modelo mental (MM) empleando habilidades de pensamiento creativas.	Q.E.D. Logra establecer un modelo mental en su estrategia y los posibles cambios de los otros jugadores, lo cual lo lleva a una construcción de una nueva estrategia de juego.
II. Etapa Expresión del modelo	8. Selecciona la forma de expresar el modelo <ul style="list-style-type: none"> • Concreta • Visual • Verbal • Matemática • Computacional 	Al jugar Q.E.D. debe de seleccionar varios modelos para poder expresar lo que necesita: de manera visual al revisar lo que hay en el tablero; de manera verbal al decir cómo fue que ganó; y de manera concreta al tener el interés de aprender nuevas formas, en este caso Lógica proposicional, de manera matemática por la forma compleja que existe en el problema a resolver y computacional ya que van aumentando sus niveles de comprensión de las reglas de Lógica.
	9. Justifica la selección de la forma de expresar el modelo.	En Q.E.D. el alumno debe ocupar un poco de cada una de las formas para poder entender lo que pasa en el tablero y así poder buscar estrategias de juego, solución al problema y justificar ante todos la forma de ganar.
	10. Expresa el modelo en la forma seleccionada.	El alumno encuentra la forma de cómo solucionar el problema que se encuentra en el tablero, y debe demostrar la forma en que lo solucionó ante los demás
III. Etapa Comprobación del modelo propuesto	11. Opción a. Comprobación del modelo propuesto mediante experimentos mentales: Ensayo con opciones de respuesta a diversas preguntas formuladas como: ¿qué pasaría si...?	Al momento de estar jugando el alumno se da cuenta que existen más formas de solucionar ya que los otros van tirando distintas cartas lo cual lo lleva a revisar su respuesta previa, comprobando si es

Fases	Procedimientos	Q.E.D.
		posible aún su estrategia o tiene que replantearla.
	12. Opción b. Comprobación del modelo propuesto planifica y realiza comprobaciones experimentales (si es necesario solicita la aprobación de personal experto en el área procedimental)	Q.E.D. al ser un juego que siempre debe de ir de la mano con el profesor, en cada momento el alumno tiene que revisar si lo que hace está bien o si hay algún paso que le haga falta, también al estar jugando sus compañeros del juego le pueden ir haciendo que vaya comprobando el mismo lo que va haciendo y replantear su estrategia en cada momento.
	13. Procede a la Modificación del modelo si la comprobación falla.	Al estar revisando lo que hay en el tablero el jugador siempre tendrá la necesidad de estar modificando su estrategia, ya que puede cambiar en cualquier momento.
IV. Etapa Socialización	14. Explicita la validez total o parcial del modelo mediante ensayo argumentativo con apoyo de Bitácora OP.	Al decir que ganó, el jugador está obligado a explicar su estrategia ante todos los demás jugadores
	15. Explicita las limitaciones del modelo en relación con el objetivo planteado.	

Nos damos cuenta que *Q.E.D.*, aunque cumple con la mayoría de las etapas del método COL, no logra entrar en algunas de ellas, por ejemplo, en la etapa II (Expresión del modelo) ya que no se puede elaborar la etapa del modelo Computacional.

También encontramos que cada participante del juego no sólo se da cuenta, de lo que él va haciendo, también tiene que darse cuenta de lo que va haciendo el otro, lo que consideramos que no sólo tiene una metacognición por él mismo, sino que tiene una metacognición múltiple, pues tiene que ver qué hace el otro. Por ejemplo, al tener un mazo de cartas con 5 cartas iguales de la misma regla lógica y tener el jugador una solución inicial y al ver lo que va pasando en el tablero

(lo que cada jugador va colocando) tiene que replantear en cada momento su estrategia y solución al problema. Tiene que ir pensando en cómo está jugando el otro, qué otra solución posible tiene, si aún existe la posibilidad de que las cartas faltantes salgan en el mazo que existe en el tablero o si alguno de los jugadores tiene lo que le hace falta, lo cual lo obligaría a tener que cambiar de estrategia.

Q.E.D. no sólo se trata de ayudar al alumno a memorizar las reglas de lógica, ni de su simple uso de cada una de ellas, a pesar de que algunos profesores también *Q.E.D.* nos da varias estrategias de cómo llevarlo a la práctica y función dentro de un juego, lo cual al agregar la competencia y la parte lúdica nos da como resultado que el alumno desarrolle más rápido su forma de aprender. Lo cual, y lo más importante, es que este juego promueve un aspecto de la metacognición que resulta muy interesante. Nos genera una metacognición múltiple. Ésta parece consistir en la construcción de hipótesis acerca de las estrategias del otro para resolver un problema. Utiliza el reconocimiento de la cognición del propio jugador, y su regulación a través de la situación de recursos limitados, pero también el reconocimiento de la cognición del otro y el intento de regular su propia cognición y la del otro (mediante los intentos de bloqueo), para ganar el juego.

Hablaré finalmente sobre las similitudes que existen entre el método COL que realiza Ariel Campirán y *Q.E.D.*

Campirán (2005, 63) explica que el método COL está dividido en 7 diferentes niveles de metacognición donde los primeros 4 se consideran básicos y los 3 restantes avanzados.

Niveles Básicos

- 1.- Consciente e Involuntaria
- 2.- Consciente y Voluntaria

- 3.- Metódica
- 4.- Analítica

Niveles Avanzados

- Analítica con transferencia
- Crítica con metodología
- Crítica y creativa

Por cuestiones de tiempo y espacio sólo abordaré los primeros 4 niveles y los compararé con los ejemplos que presenta Hernández (2005, 27-29) en la Revista *Ergo, Nueva Época* e iremos revisando en cada uno de los niveles, dónde y qué partes cumple *Q.E.D.* dentro del método COL.

Nivel 1 de metacognición: Consciente e involuntaria: El evento que coloca al observador en el punto de conexión de los elementos cognitivos es externo. La persona se da cuenta de su actuar por la observación de otro. Por ejemplo, el profesor al revisar un examen con el estudiante le dice "Te das cuenta en qué te equivocaste al realizar esta operación". El estudiante entonces, lleva su observador a su ejecución anterior, buscando la conexión entre el error y su ejecución. Es probable que en este nivel el estudiante no se dé cuenta con cual facultad procesa la información que está recibiendo del docente, mismo que le llevará a establecer conexiones diferentes. Por ejemplo, el alumno puede responder a este proceso desde:

- La emoción: ¡qué tonto, me equivoqué en un número!
- El intelecto: ¡Claro! $8 + 8 + 3$ no son 17, porque $8 + 8$ son 16, más 3, entonces son 19.
- La imaginación: O sea que, si no fuera por esta sumita, hubiera aprobado, y quizá hasta exento el final. (Hernández, 2005, 27)

Q.E.D. en este nivel de *consciente e involuntaria* en el juego no es un juego autodidacta, ya que necesita forzosamente el apoyo y conocimientos previos²⁸, en los primeros juegos que se tiene

²⁸ Entiéndase como conocimientos previos por lo menos las tablas de verdad y las reglas básicas.

en *Q.E.D.* al empezar el profesor puede preguntar ¿de qué te das cuenta?, ¿cuántas posibilidades de solución tiene el ejercicio?, ¿ya viste que, por lo menos se puede resolver de dos formas y que una tiene menos pasos?

Nivel 2 de metacognición: *Consciente y voluntaria*: El sujeto desea observar este punto de conexión, pero no sabe cómo llevar al observador hacia allá, por lo tanto, pide ayuda para lograr el proceso. El estudiante se dice "quiero hacerlo" y lo hace. Pide retroalimentación sobre su actuar. Probablemente identifica con qué facultad procesó la información. (Hernández, 2005, 28)

Q.E.D., en este nivel consciente y voluntario, el estudiante al ir subiendo de nivel en el juego, y al ir practicando cada vez más, empieza a encontrar más posibilidades de soluciones dentro de los ejercicios, también se da cuenta que el otro jugador empieza a ocupar dentro del juego otras reglas, las cuales, él para poder ganar y como estrategia en su mente o en el papel llegará un momento que tendrá que desarrollar para saber si le sirven dentro de su solución(es) o es posible que existan otras de las cuales aún no se da cuenta. Lo cual lo hará pedir esa retroalimentación al profesor.

Nivel 3 de metacognición: *Metódica*. En este punto la persona sabe cómo puede mantener su atención alerta para lograr observar la conexión. Busca intencionalmente darse cuenta de algo. Tiene un método, que parte de una autoobservación constante y que permite identificar, mientras se realiza la autoobservación, con qué facultad se está procesando la información. (Hernández, 2005, 28)

Q.E.D., en este nivel metódico el jugador sabe que existen por lo menos dos opciones de jugar *Q.E.D.* y que además intentará darse cuenta que el otro puede usar sus cartas o poner otras cartas para distraerlo, por lo cual debe de estar muy pendiente de sus cartas y las cartas que están en el tablero.

Nivel 4 de metacognición: *Analítica*. Se caracteriza por observar de forma consciente y voluntaria los procesos de pensamiento que a su vez se realizan de manera consciente y voluntaria. En este

nivel, el sujeto determina exactamente de qué se quiere dar cuenta y con qué facultad va a procesar la información. (Hernández, 2005, 28)

Q.E.D., en este nivel analítico, ya comprende que el otro puede usar sus cartas para distraerlo o para ganar, sabe que el ejercicio tiene por lo menos dos formas de resolverse, él ya busca no sólo una estrategia de juego, sino que también está trabajando en revisar su juego, qué hay en tablero, cuántas veces ha salido la carta que necesita, y además sabe que puede cambiar de estrategia en cualquier momento usando las cartas de los otros.

Hasta este momento *Q.E.D.* cumple con los niveles que COL establece cómo básicos llegando a lo que Ariel Campirán hace mención sobre lo que es la Metacognición “darse cuenta” (Campirán, Ariel. 2005, 61), pero en *Q.E.D.* no sólo se da cuenta de su propio proceso: por el ambiente en el que se encuentra en ese momento, es decir, por el juego, se ve obligado a tener que darse cuenta de lo que realiza el otro, en cómo el otro va cambiando y aumentando ciertas cartas al ejercicio. Así, si quiere ganar, tiene que atreverse a ver y encontrar una posible respuesta a las preguntas “¿qué está haciendo el otro?”, “¿qué solución está realizando el otro?”. Lo anterior lo lleva al nivel básico de metacognición del método COL, pero ya no para él mismo, sino para el otro o en ocasiones para los otros jugadores.

Un análisis más detenido de lo que ocurre en el juego de *Q.E.D.* en el caso de la metacognición puede venir como sigue:

1. En un momento dado, la construcción de modelos posibles lleva al jugador a descartar algunas alternativas.
2. Enseguida, la percatación de los límites propios en las jugadas, recortan esas alternativas y las reducen únicamente a las que son viables desde su propia posición. No obstante, esto no hace que algunas de esos modelos alternativos posibles no sigan siendo viables para otros jugadores.

3. En este momento, el jugador ha tenido que pasar por un proceso de metacognición propio, en donde se percata de las diferentes formas en que ha pensado sus propias estrategias de modelos posibles.
4. A partir de la primera jugada, la información que se tiene a disposición del jugador en cuestión cambia, y con ello, tiene que adecuar el grado de viabilidad de cada alternativa que a él le es posible.
5. Sin embargo, con cada nueva información de los otros jugadores, también ocurren procesos de razonamiento abductivo o regresivo, en donde el jugador lanza hipótesis acerca de cuáles son las estrategias viables para los otros jugadores, o bien, cuáles son algunos modelos posibles de los que quizá el jugador en cuestión no se había percatado.
6. También, con cada nueva información, en cada jugada, se construyen algunas hipótesis que no tienen que ver con la solución adecuada o no, sino más bien con las estrategias de bloqueo de los otros jugadores.

En algún sentido importante, las hipótesis discurren sobre la metacognición del otro, en el sentido de intentar descubrir de qué se ha dado cuenta el jugador oponente. Éste puede haberse dado cuenta de alguna estrategia de otro jugador, de la propia estrategia del jugador del que hemos hablado inicialmente, o de ciertas posibilidades canceladas en el dominio de los modelos alternativos. Es importante notar, que percatarse de las estrategias de modelos posibles y de modelos viables, del otro, potencializa un aprendizaje sobre las propias formas de resolver un problema y las formas alternativas en que podría haberlo hecho, y esto, en el caso de modelos posibles, tanto como en modelos viables. Notemos, finalmente, que los modelos viables, imponen cierta realidad a las alternativas posibles, que reconfiguran formas más complicadas de resolver el problema, motivando así la creatividad de cada jugador.

CONCLUSIÓN

Con la propuesta *Q.E.D.* nos dimos cuenta de que este juego es factible y viable para potencializar las habilidades básicas y analíticas del pensamiento. Al presentar en varias escuelas, olimpiadas de lógica, congresos, universidades en el país y fuera de él, observamos que los participantes no sólo memorizaron activamente las reglas lógicas, sino que lograron desarrollar *estrategias* para poder implementarlas.

La meta principal de *Q.E.D.* era que los estudiantes y compañeros de nuestra Universidad (UACM) aprendieran y practicara los ejercicios vistos en la clase de Lógica I. En este proyecto se descubrió, que los estudiantes se dieron cuenta de que tienen sus estrategias cognitivas y metacognitivas. No sólo lograron memorizar las reglas (procesos naturales de cognición), sino que también lograron crear un estado de conciencia (procesos de metacognición) de las actividades de planificar, monitorear y evaluar, que se dieron en varias etapas del juego; todos aspectos básicos en el desarrollo de *Q.E.D.*

El estudiante que fue jugando cada uno de los niveles que tiene *Q.E.D.*, logró:

- a) entender lo que realiza él mismo,
- b) cambiar sus estrategias de juego,
- c) darse cuenta de que no sólo existe una solución al problema planteado,
- d) cambiar de *decisión* y estrategia, es decir tener una metacognición de las reglas de lógica,
- e) hacerlo por una cuestión lúdica, que terminaría sirviendo para su propia estrategia en el juego;

- f) ver la *necesidad de observar* al contrincante y comprender o descifrar la estrategia del otro,
- g) poner atención en lo que el otro iba colocando en el tablero; revisar si le servía para su propia estrategia, o bien para modificarla o bien, en su caso, bloquear, al contrario.

Con el juego *Q.E.D.* reconocí la teoría metacognitiva y su valor en las aplicaciones:

“Se entiende por metacognición la capacidad que tiene el sujeto de darse cuenta o bien de tomar consciencia y autorregular su propio aprendizaje, es decir de planificar qué estrategias ha de utilizar en cada situación, aplicarlas, controlar el proceso, evaluarlo para detectar posibles fallos, y como consecuencia... transferir todo ello a una nueva actuación” (Sánchez, Ludivina & Aguilar, Gildardo. 2009, 28)

Al aplicar el juego *Q.E.D.* observé lo siguiente: que los alumnos que jugaron lograron centrar su atención en la resolución de los problemas planteados, pusieron atención en el juego del otro para saber si algo les pudiera funcionarles para sí mismos; lograron tener una retroalimentación de los otros cuando ellos hacían sus comprobaciones al momento de creer que ganaron demostrando su comprobación.

Líneas Futuras de Investigación.

El presente trabajo y el propio juego al momento de llevarlo a la práctica y ver su funcionalidad con los compañeros, nos lleva a pensar que este material se debería buscar el poder

producir en volumen para que se pueda usar en más salones de clases como una herramienta de enseñanza.

Buscar más problemas a plantear y pienso que una de las formas es que los que en su momento fueron jugadores de *Q.E.D.* podrían crear un banco de reactivos.

Con las nuevas tecnologías también el juego se puede llevar a una forma digital y hasta jugarlo en línea.

En su momento también se platicó de llevarlo y rediseñarlo, pero ahora para su uso en lógica cuantificacional.

BIBLIOGRAFÍA

1. Apaza, José. (2020). *Aplicación del software Geogebra y su influencia en el logro de la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización, en estudiantes del tercer grado de secundaria de la IE Paulo VI, Paucarpata, 2019*; [Tesis de Dcotorado en Ciencias de la Educación], Perú; Universidad Nacional de San Agustín.
2. Arieta Federico, (2001) *Metacognición: Metafilosofía y Epistemología*, Revista de Filosofía *Ergo*; Nueva Época; N° 11, Universidad Veracruzana.
3. Arieta, Federico; Dos modelos de metacognición: un análisis comparativo. Revista de Filosofía *Ergo*, Nueva Época; Colecc. Temas Selectos No. 1, Universidad Veracruzana.
4. Barón, Norma. (s.a.). *Conectivismo*; México, Educación con Responsabilidad; Universidad de Colima.
5. Bejarano, David. (2018). *El Insomnio Tecnológico*, Disponible en: <https://davidbejarano.es/trastornos/el-insomnio-tecnologico/> fecha de revisión 15 de diciembre de 2020.
6. Bobadilla, Salvador. *et. al.* (2017). *Estilos de aprendizaje en estudiantes de la licenciatura en psicología del centro universitario UAEM Temascaltepec, 2016*. México, *RIDE*. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo, vol. 7; Núm. 14.
7. Brocado Ana; (12 de diciembre de 2017); *La importancia del juego para el desarrollo integral de la persona*. Disponible en: <https://cosasdepadresmaestrosypsicologos.blogspot.com/2017/12/la-importancia-del-juego-para-el.html> fecha de revisión 30 de noviembre de 2019.
8. Burillo, Brigith. (2018) *Diseño de juego de mesa como herramienta para dar a conocer las consecuencias del insomnio tecnológico por el excesivo de las redes sociales*. [Tesis para optar el Título Profesional de Licenciado en Arte y Diseño Empresarial], Perú, Universidad San Ignacio de Loyola, Facultad de Humanidades.
9. Carmona, Vanessa & Díaz, Carol (2013). *Una propuesta de material didáctico (juego de mesa) que favorece el proceso de enseñanza aprendizaje de la contaminación atmosférica y sus efectos en la salud humana*, [Tesis de Licenciatura en Educación básica con énfasis en Ciencias Naturales y Educación Ambiental] Cali, Colombia, Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía.

10. Campirán, Ariel. (2000). *Las habilidades de pensamiento en la perspectiva de las competencias. En Habilidades de pensamiento crítico y creativo*, Universidad Veracruzana; México.
11. Campirán, Ariel. (2005). El papel de la metacognición en el desarrollo de la metodología. En: *Ergo, Nueva Época*, Revista de Filosofía, Universidad Veracruzana, Colección Temas Selectos *Metacognición*, No. 1.
12. Campirán, Ariel. (2017). *Habilidades de pensamiento crítico y creativo. Toma de decisiones y solución de problemas. Lecturas y ejercicios para el nivel universitario*. México: Universidad Veracruzana. Disponible en: [https://www.uv.mx/apps/afbgcursos/Antologia%20PC%202017/Documentos/Campiran%20A%20\(2017\)%20Libro%20de%20Texto_SP_HP_Antologia.pdf](https://www.uv.mx/apps/afbgcursos/Antologia%20PC%202017/Documentos/Campiran%20A%20(2017)%20Libro%20de%20Texto_SP_HP_Antologia.pdf) fecha de revisión 14 de junio de 2020.
13. Cano Macías, et. al. (2013). *Fomentar el uso de las TIC, para facilitar los procesos de educación personalizada en los estudiantes del grado 5-3 de la IE Monseñor Víctor Wiedemann de Medellín*; [Tesis de Especialización en Educación Personalizada] Universidad Católica de Manizales.
14. Couret, Magaly. (2005) *Propuesta didáctica para activar la metacognición en la solución de problemas, a través del uso de videojuegos*; [Tesis de Postgrado Especialización en Tecnología, Aprendizaje y Conocimiento], Caracas, Venezuela, Universidad Metropolitana Decanato de Estudios de Postgrado Especialización en Tecnología, Aprendizaje y Conocimiento.
15. DRAE. Aprendizaje. (2022), de *Diccionario de la Lengua Española*, Disponible en: <https://dle.rae.es>; fecha de revisión 22 de diciembre de 2022.
16. Gaytán, David. (2015). *¿La explicación explica la abducción? Encuentros y desencuentros entre Inteligencia Artificial y Filosofía de la Ciencia*; México, UACM/ Programa Principia/UNAM.
17. Gabbay, Dov, Woods, John: (2006). *Advices on Abductive Logic. Logic Journal of IGLP*.
18. Gairín, Joaquín. & Fernández, Joaquín. (2010). *Enseñar matemáticas con recursos de ajedrez*, España, Universidad Autónoma Barcelona, Departamento de Pedagogía Aplicada.
19. García, Francisco. et. al. (2015). *La enseñanza y el aprendizaje*, México, Culcyt/Educación, año 12 N° 57, Universidad Autónoma de Ciudad Juárez.

20. Hernández, Rebeca; Bitácora COL y metacognición. En: *Ergo, Nueva Época*, Revista de Filosofía, Universidad Veracruzana, Colección Temas Selectos *Metacognición*, No. 1
21. Hernández, Ana. (2016). *Pensamiento Matemático y Resolución de Problemas Mediante Estrategias de Aprendizaje en Tercero de Primaria*, [Tesis de Licenciatura en Pedagogía], México, Universidad Pedagógica Nacional Unidad Ajusco.
22. Molina, J. et. al. (s.a.) *Desarrollo del Lenguaje*, Centre Londres 94.
23. Montero, Bryan. (2017). *Aplicación de juegos didácticos como metodología de enseñanza: Una revisión de la literatura*, Revista *Pensamiento Matemático*, Volumen VII, Número 1.
24. Morales, Julián. (2017). *Intereses de aprendizajes práctico en las ciencias Naturales*. Revista *Educación y Pensamiento*, [Tesis de Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales], Manizales, Colombia, Universidad Nacional de Colombia.
25. Sánchez, Ludivina & Aguilar, Gildardo. (2009). *Taller de habilidades de Pensamiento Crítico y Creativo*; México: Universidad Veracruzana; Área de Formación Básica General.
26. Olivares, Silvia. & López, Mildred. (2017). *Validación de un instrumento para evaluar la autopercepción del pensamiento crítico en estudiantes de Medicina*; Vol 19 N° 2, SCIELO, Disponible en: https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1607-40412017000200067#B5; fecha de revisión 19 de marzo de 2020.
27. Oller, Antonio. & Muñoz, José. (2006). *Euler jugando al dominó*, España ;Suma 53.
28. Orbegoso, P. (2015). *Teoría cognitiva y sus representantes*; Tecana American University.
29. Prado, Fabiola. (15 de noviembre de 2022). *Taxonomía de Marzano*. Disponible en: <https://taxonomiamarzano.weebly.com/comprendiendo-la-taxonomiacutea.html> fecha de revisión 15 de diciembre de 2022.
30. Poma, Ingrid. & Reyes, Miriam. (2019) *Aplicación de la estrategia de juegos y pensamiento lógico matemático en los estudiantes de 4 años, II nivel de Inicial de las secciones creativos y líderes de la I.E. N°004 El mundo de Ana María Lucía – Uchiza en el año 2011*; [Tesis de Maestría Psicología Educativa], Tarapoto, Perú, Universidad César Vallejo.
31. Ramírez, Daniel. (2018) *El juego de roles y la orientación vocacional – profesional*, [Tesis de Licenciatura en Educación Artística] Medellín, Colombia, Universidad Pontificia Bolivariana, Facultad de Educación Pedagógica.
32. Rodríguez, Esther. (2005). *Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico*, [Tesis Doctoral,

- Psicología Evolutiva y de la Educación], Madrid, España, Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Educación
33. Rodríguez, Luz. (2014). *Aplicación de los juegos de mesa como estrategia pedagógica para facilitar el aprendizaje en la educación inicial*. [Tesis de posgrado en educación], Colombia, Corporación Universitaria Iberoamericana, Ibero Americana, Facultad Ciencias Humanas y Sociales.
 34. Romero, Juan. & Lavigne, Rocío. (2005). *Dificultades en el Aprendizaje: Unificación de criterios diagnósticos*, Materiales para la Práctica Orientadora Vol. 1; España, Consejería de Educación.
 35. Ruesga, Pilar (2005). *Educación del razonamiento lógico matemático en educación infantil*, [Tesis Doctoral en Filosofía y Ciencias de la Educación.], España, Universidad de Barcelona, Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas.
 36. Ruz, Isabel. (2018). *Evaluación para el aprendizaje*, Revista Educación las Américas, 6, Disponible en: <https://revistas.udla.cl/index.php/rea/article/view/22> fecha de revisión 22 de julio de 2019.
 37. Solow, Daniel. (1993). *Cómo entender y hacer demostraciones en matemáticas*, México, Limusa, Noriega Editores.
 38. Torres, Carmen. (2002). *El juego: estrategia importante*, Universidad de los Andes, Venezuela, EDUCERE, Artículos año 6 N° 19, Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35601907> fecha de revisión 1 de diciembre de 2015.
 39. Torres, Carmen. (2007). *El juego cómo estrategia de aprendizaje en el aula*; Venezuela, Universidad de los Andes, Núcleo Universitario Rafael Rangel Centro de Investigación para el Desarrollo Integral Sustentable Trujillo.
 40. Torres, Carmen. (2007). *Es un juego que ayuda a desarrollar la agilidad mental y cualquiera puede practicarlo. modificar la redacción*; Universidad de los Andes, Núcleo Universitario Rafael Rangel Centro de Investigación para el Desarrollo Integral Sustentable Trujillo, Venezuela,
 41. Vigostsky, Lev. (2009). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*, Barcelona, España, Crítica.

42. Yañez, Sara. (2013) *La Lúdica vs juego ¿estrategia didáctica?*; México, Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo, Publicación 11.