

# UACM

Universidad Autónoma  
de la Ciudad de México

*Nada humano me es ajeno*

COLEGIO DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

LICENCIATURA EN INGENIERÍA EN SISTEMAS  
DE TRANSPORTE URBANO

**Análisis de la cobertura  
del Sistema de Transporte Colectivo Metro  
y su posible ampliación utilizando Polígonos de Voronoi y Qgis**

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE  
LICENCIADA EN INGENIERÍA EN SISTEMAS  
DE TRANSPORTE URBANO

PRESENTA:

**MARÍA DE LOS ÁNGELES MARTÍNEZ ROJAS**

DIRECTOR: DR. LUIS AGUSTÍN OLIVARES QUIROZ

CODIRECTOR: M. EN ING. RAÚL SOTO PEREDO

Ciudad de México, abril de 2023.

## SISTEMA BIBLIOTECARIO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN



## UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE LA CIUDAD DE MÉXICO COORDINACIÓN ACADÉMICA

### RESTRICCIONES DE USO PARA LAS TESIS DIGITALES

#### DERECHOS RESERVADOS ©

La presente obra y cada uno de sus elementos está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor; por la Ley de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México, así como lo dispuesto por el Estatuto General Orgánico de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México; del mismo modo por lo establecido en el Acuerdo por el cual se aprueba la Norma mediante la que se Modifican, Adicionan y Derogan Diversas Disposiciones del Estatuto Orgánico de la Universidad de la Ciudad de México, aprobado por el Consejo de Gobierno el 29 de enero de 2002, con el objeto de definir las atribuciones de las diferentes unidades que forman la estructura de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México como organismo público autónomo y lo establecido en el Reglamento de Titulación de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México.

Por lo que el uso de su contenido, así como cada una de las partes que lo integran y que están bajo la tutela de la Ley Federal de Derecho de Autor, obliga a quien haga uso de la presente obra a considerar que solo lo realizará si es para fines educativos, académicos, de investigación o informativos y se compromete a citar esta fuente, así como a su autor ó autores. Por lo tanto, queda prohibida su reproducción total o parcial y cualquier uso diferente a los ya mencionados, los cuales serán reclamados por el titular de los derechos y sancionados conforme a la legislación aplicable.

*A mi mamá Olga,*

*la persona que más amo en el mundo.*

## **Agradecimientos**

A Dios, porque sin Él nada soy. A mi mamá Olga, por hacer esto posible, por todo su amor, por ser mi ejemplo y el soporte de mi vida. A mi mamá Lucia, por su amor y apoyo. A Karen, por ser la mejor hermana que Dios me pudo dar, por impulsarme a seguir adelante. A Mario, por mostrarme que el esfuerzo te lleva a donde quieres estar. A Isa, por ser ese regalo de Dios que jamás pensé tener. A mi familia que ha estado conmigo en cada etapa.

A César, por su apoyo incondicional, por no dejar que me rindiera nunca y recordarme cada día que soy capaz de lograr cualquier cosa que me proponga. A mis amigos, que han estado siempre que los necesito y me han impulsado a no rendirme jamás.

A mis asesores, por todo su tiempo, esfuerzo, conocimiento, apoyo, paciencia, por haberme acompañado en este viaje. A mis lectores por su tiempo y valiosas aportaciones. A cada profesor que puso todo de su parte para que pudiera llegar a este momento. A esos profesores que se convirtieron en amigos, por demostrarme que era importante para ellos. A la UACM, por permitir realizar mi formación académica en sus aulas y por el apoyo para la impresión y empastado de este trabajo. A mis colegas, por recorrer conmigo ese camino. A Brenda, que me enseñó que la familia no sólo es la de sangre y quién fue mi ejemplo de perseverancia.

A cada persona que directa o indirectamente me apoyó para hacer posible llegar hasta aquí.

## **Dedicatoria**

A mi mamá Olga, porque se lo merece todo. Por demostrarme con hechos lo que es el amor incondicional, por su dedicación, entrega, amor, por todo el esfuerzo que ha hecho para poder hacer posible que yo esté donde estoy, porque nunca terminaré de agradecerle el formar en mí la persona que soy.

A mi mamá y mis hermanos por estar siempre para mí, por apoyarme siempre, por motivarme, por no dejar que me rindiera, por no dejarme sola ni en los peores momentos.

A César, por ser la persona que me recuerda día a día que puedo lograr esto y cada cosa que me proponga, por no permitir que me diera por vencida, por confiar en mí.

## Tabla de contenido

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES.....	5
1.1 Historia del Sistema de Transporte Colectivo (METRO) y sus Planes Maestros .....	8
1.2 Objetivo general.....	19
1.3 Objetivos particulares .....	19
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO.....	20
2.1 Teoría de grafos .....	21
2.2 Polígonos de Voronoi .....	24
2.3 Sistemas de información geográfica .....	30
CAPÍTULO III: ANÁLISIS DE LA PROPUESTA DE AMPLIACIÓN DEL SISTEMA DE TRANSPORTE COLECTIVO METRO .....	34
3.1 Análisis con polígonos de Voronoi .....	36
3.2 Propuestas de ampliación de la red .....	45
3.3 Análisis de áreas.....	51
CAPÍTULO IV: CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS .....	80
Referencias .....	86

CAPÍTULO I:  
INTRODUCCIÓN Y  
ANTECEDENTES

La Megalópolis ubicada en el centro del país, cuyo núcleo es la Ciudad de México, es una de las concentraciones urbanas más grandes (consideradas así a las ciudades con más de 10 millones de habitantes) de Latinoamérica y del mundo, (después de Tokio, Delhi, Shangái, y Sao Paulo (IBERDROLA, 2022)).

Según la Comisión Ambiental de la Megalópolis “el avance territorial de la mancha urbana, permite determinar que la gran Megalópolis del centro de México sigue en crecimiento constante y que durante los últimos 16 años ha tenido un incremento general de 170%” (Comisión Ambiental de la Megalópolis, 2018).

Se proyecta que el crecimiento de la población que vive en zonas urbanas llegue al 66% para 2050, y que este incremento se dé principalmente en India, China y Nigeria, lo que significará nuevos retos para la dinámica social y estructuración de las ciudades (ONU, 2014).

Actualmente, debido a la compleja dinámica del crecimiento y expansión de la mancha urbana, se han generado problemáticas tanto en el desarrollo poblacional como en el crecimiento de la Zona Metropolitana del Valle de México (ZMVM), lo que representa un reto para la toma de decisiones respecto a temas como el desarrollo urbano (Comisión Ambiental de la Megalópolis, 2018).

La Megalópolis del centro de México está poblada por casi 21 millones de habitantes (para 2015) en un territorio de 76 municipios.

## 09.01 ZONA METROPOLITANA DEL VALLE DE MÉXICO

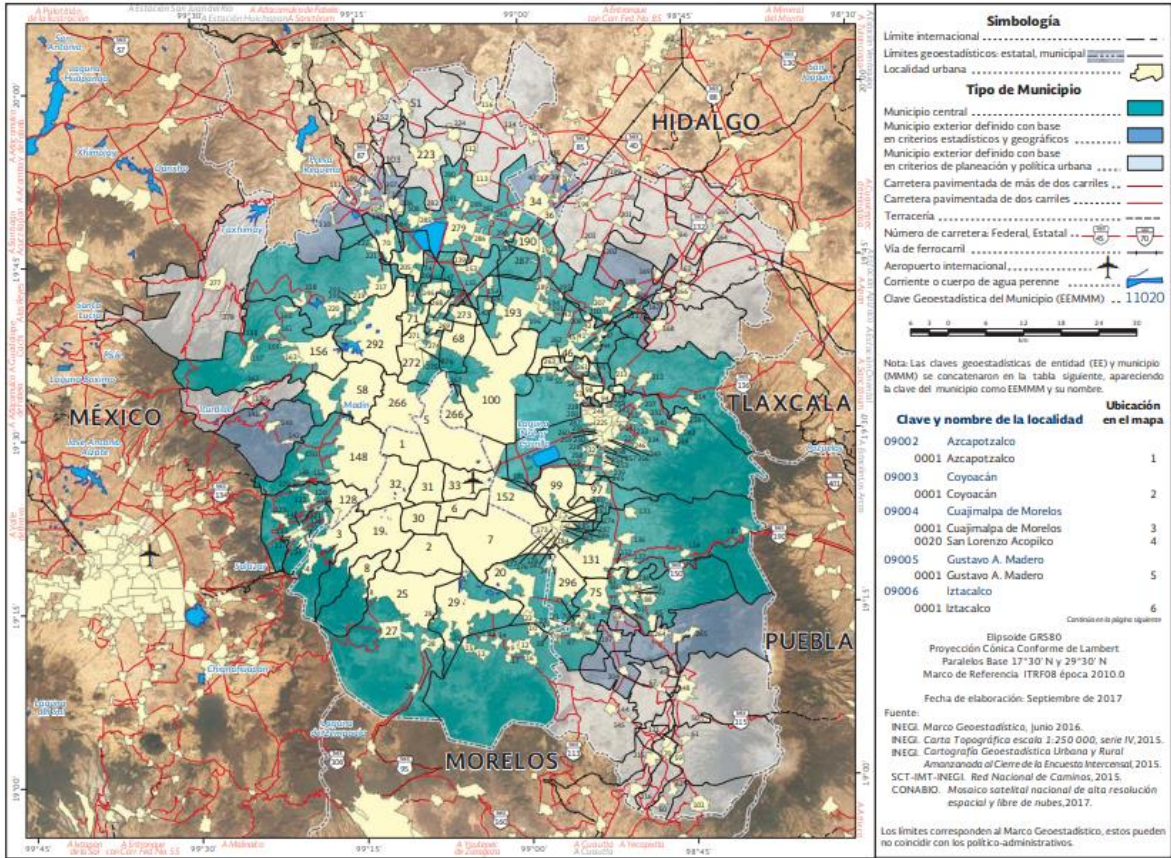


Figura 1: Mapa de la Megalópolis de México  
Fuente: (INEGI, 2018)

De acuerdo a los resultados obtenidos de la Encuesta Origen-Destino (EOD, 2017) en Hogares de la ZMVM, el 30% de los usuarios de transporte público utilizan el Sistema de Transporte Colectivo Metro (STC) como modo de transporte. De los 15.57 millones de viajes en transporte público realizados en la ZMVM, en casi 3 de cada 4 viajes se usa el Colectivo, lo que lo ubica al Metro con el segundo lugar en frecuencia de uso sólo por debajo de las combis o microbuses (INEGI, 2017).

Como modo de transporte, en el año 2021, el metro transportó un total de 837 millones 473 mil 413 usuarios, siendo la estación Pantitlán (ubicada en el oriente de la ciudad), la de mayor afluencia con un total de 33 millones 368 mil 107 pasajeros transportados. La red cuenta con 226.48 km de vías, 12 líneas del metro (2 férreas y 10 neumáticas) y 195 estaciones (Sistema de Transporte Colectivo, 2022).

Cabe mencionar que las cifras anteriores se registraron durante el periodo de pandemia por SARS-CoV-2, periodo en que se asumieron las políticas de suspensión temporal de actividades no esenciales y el distanciamiento social, lo cual significó una disminución considerable en el uso del transporte público en general, incluido el Metro. No obstante, para tener un panorama más amplio de la cobertura y uso del Metro, se puede hacer uso de los datos registrados en 2019, (año previo al confinamiento por la pandemia). En 2019 el Metro transportó un total de 1,655 millones 49 mil 615 usuarios (Sistema de Transporte Colectivo, 2022), casi el doble de usuarios que en 2021.

### 1.1 Historia del Sistema de Transporte Colectivo (METRO) y sus Planes Maestros

En el año de 1965, fue cuando se iniciaron los primeros intentos importantes de planear la movilidad de la Ciudad de México (CDMX), es así como se puso en marcha el proyecto y construcción del Metro, la empresa Ingenieros Civiles Asociados, S.A. de C.V., (ICA), fue la encargada de las etapas de planeación y ejecución (Sistema de Transporte Colectivo, 2018).

Según el STC, (Sistema de Transporte Colectivo, 2019), la construcción del Metro se inició en 1967, el trazo inicial comprendió 12.66 kilómetros de longitud con 16 estaciones, de Chapultepec a Zaragoza, que fueron las primeras terminales del Metro. Tras 27 meses de obra, quedó concluido el primer tramo. Las obras de la Línea 1 atravesaron por zonas potencialmente conflictivas, como el mercado de La Merced y La Candelaria de Los Patos, al ser puntos de gran concentración comercial y poblacional.

El 4 de septiembre de 1969, el entonces presidente de la república, Gustavo Díaz Ordaz, y Alfonso Corona del Rosal, Regente del Distrito Federal de 1966 a 1970, inauguraron formalmente el servicio entre las estaciones Chapultepec y Zaragoza. Un tren construido, en aquel entonces, por la compañía francesa Alstom, modelo MP-68, decorado con franjas tricolores y el escudo nacional mexicano a sus costados, realizó el recorrido inaugural entre las estaciones Insurgentes y Zaragoza. El metro entró en operaciones un día después, el 5 de septiembre de 1969.

### **Línea 1:**

Inició operaciones en un tramo de 12.66 km que comprendía 16 estaciones entre Zaragoza y Chapultepec. Posteriormente, en 1970 se amplió de Chapultepec a Juanacatlán y en 1972 se extendió a Tacubaya, finalmente, en 1984 se inauguró el último tramo para llegar a Pantitlán. Con ello la Línea 1 está conformada por 18.82 km, 18 estaciones y 2 terminales y en 2021 transportó 131, 653, 415 pasajeros.

### **Línea 2:**

En su diseño original, partía de la zona de Tacuba y terminaría en la Plaza Tlaxcoaque, en el Centro Histórico, pero se decidió utilizar parte de la ruta de tranvía de la Calzada de Tlalpan para llevar la línea hasta el cruce con Calzada Taxqueña. De esta forma quedaron como terminales definitivas: Tacuba al norponiente y Taxqueña al sur.

El primer tramo de la Línea 2 que constaba de 11.32 km, entre las estaciones Taxqueña y Pino Suárez, se inauguró en 1970. Posteriormente en ese mismo año se inauguró el tramo Pino Suárez - Tacuba.

El 22 de agosto de 1984 entró en función el último tramo de la red, entre Tacuba y Cuatro Caminos. Con ello la Línea 2 está conformada por 23.43 km, 22 estaciones y 2 terminales y en 2021 transportó 113, 531, 453 pasajeros.

### **Línea 3:**

El 20 de noviembre de 1970 fue inaugurado el primer tramo de 5.44 km que comprendía las estaciones Tlatelolco y Hospital General.

En 1978 se extendió al norte en el tramo entre Tlatelolco y La Raza. Posteriormente, en 1979 se amplió hasta Indios Verdes, siendo la estación terminal del sector norte hasta la actualidad.

Para 1980 se inauguró el tramo Hospital General - Centro Médico y después en el mismo año se extendió hasta Zapata.

Finalmente, en 1983, se inauguró el último tramo de la red, Zapata-Universidad siendo esta última la estación terminal del sector sur. Así, la Línea 3 está conformada por 23.60 km, 19 estaciones y 2 terminales, además manejó 107, 534, 584 pasajeros en 2021.

#### **Línea 4:**

En 1981 se inauguró su primer tramo de 7.5 km que comprendía las estaciones Martín Carrera-Candelaria, siendo la primera línea del Metro en incorporar tramos en viaducto elevado. Posteriormente, el 26 de mayo de 1982 se inauguró el último tramo de la línea, Candelaria-Santa Anita. Con ello la Línea 4 está conformada por 10.74 km, 8 estaciones y 2 terminales y en 2021 transportó 15, 932,642 pasajeros.

#### **Línea 5:**

Inauguró su primer tramo de 9.15 km que comprendía las estaciones de Consulado a Pantitlán, el 19 de diciembre de 1981. El 1 de julio de 1982, se inaugura el tramo La Raza-Consulado, que finalmente en agosto del mismo año se extiende a la estación Politécnico. Recorre 13 estaciones (2 de ellas terminales) en dirección norte-oriente entre Politécnico y Pantitlán. Tiene una longitud de 15.68 km; de los cuales 14.44 km se usan para el servicio de pasajeros; el restante, para maniobras. La mayoría de sus estaciones son en superficie, solo Hangares, Terminal Aérea, Valle Gómez y Misterios son subterráneas; para el 2021 transportó 49, 090,953 pasajeros.

#### **Línea 6:**

Inauguró su primer tramo de 9.26 km el 21 de diciembre de 1983, que comprendía las estaciones El Rosario-Instituto del Petróleo. Finalmente, el 8 de julio de 1986 se extendió hacia el oriente hasta la estación Martín Carrera, actual terminal. Tiene 11 estaciones (dos de ellas son terminales) a lo largo de sus 13.95 km, la mayoría de forma subterránea, 11.43 km se usan para el servicio de pasajeros y el resto para maniobras y en 2021 transportó 3, 533,445 pasajeros.

### **Línea 7:**

Se inauguró el 20 de diciembre de 1984, en un tramo de 5.42 km que comprendía las estaciones Tacuba – Auditorio. El 22 de agosto de 1985, se inauguró el tramo Auditorio - Tacubaya. El 19 de diciembre de 1985 se extendió el tramo a Barranca del Muerto, la estación terminal de la Línea 7 en el sector sur. Finalmente, el 29 de noviembre de 1988, el último tramo se extendió hasta la estación El Rosario, que con el tiempo se convirtió en una estación de correspondencia.

Tiene un total de 14 estaciones (dos de ellas son terminales) y una longitud de 18.78 km, de los cuales 17.01 km se usan para servicio de pasajeros y el resto para maniobras. Todas las estaciones son subterráneas, a excepción de El Rosario, que se halla en la superficie. En 2021 transportó 51, 915,097 pasajeros.

### **Línea 8:**

Se inauguró el 20 de julio de 1994. Su trazo se encuentra localizado al centro y suroriente de la Ciudad de México. Tiene dirección oriente-poniente entre las estaciones Constitución de 1917 y Atlalilco, y dirección norte-sur entre Escuadrón 201 y Garibaldi-Lagunilla. Tiene una longitud total de vía de 20.08 km, de los cuales 17.68 km son utilizados para el servicio de pasajeros y el restante se emplea para maniobras. Cuenta con 17 estaciones y 2 terminales y en 2021 transportó 82, 734,948 pasajeros.

### **Línea 9:**

Inauguró el 26 de agosto de 1987 su primer tramo de 11.67 km que comprendía las estaciones Pantitlán y Centro Médico; el 29 de agosto de 1988 se extiende el último tramo de la línea, Centro Médico - Observatorio, pero por falta de presupuesto se construyó hasta Tacubaya. Tiene un total de 12 estaciones (dos de ellas terminales) y una longitud de 15.67 km, de los cuales 13.03 km se usan para el servicio de pasajeros y el resto para maniobras o mantenimiento y en 2021 transportó 72, 398,420 pasajeros.

## **Línea A:**

Se inauguró el 12 de agosto de 1991. Recorre parte de la Ciudad de México y del Estado de México de norte a sur. Posee sólo 10 estaciones (dos de ellas son terminales) y una longitud de 17.19 km, de los cuales 14.89 km se usan para servicio de pasajeros y el restante para maniobras y mantenimiento y en 2021 transportó 79, 558,096 pasajeros. Fue la primera línea de la red en emplear trenes de 6 carros de rodadura férrea alimentados por catenaria (que es un cable aéreo que transmite energía eléctrica para así permitir el movimiento de los trenes), por ese motivo también se le conoce como Metro Férreo o Metro Ligero.

Esta línea forma parte del Programa Maestro del Metro Horizonte 2010, elaborado y presentado en 1985 por la desaparecida Comisión de Vialidad y Transporte Urbano (COVITUR), dependiente de la Secretaría General de Obras del Distrito Federal. En este programa se determinó construir 8 líneas alimentadoras que tendrían como característica particular ser una transición entre el Metro convencional y un ferrocarril suburbano.

La transición consistiría en: diseñar trenes de rodadura férrea de seis vagones (con posibilidad de aumentar hasta nueve), de dimensiones similares a los de rodadura neumática empleados en el sistema desde 1969; tomarían por medio de un pantógrafo la tensión suministrada por una catenaria; dada su función de línea alimentadora, al extenderse hacia zonas suburbanas en el Estado de México, se debería comprar un boleto más para abordar las líneas principales (líneas del Metro con trazo predominante en el centro de la Ciudad de México) y para distinguirlas de las principales se emplearía nomenclatura por letras.

Del proyecto de líneas alimentadoras únicamente se logró construir la línea A (con una modificación en su trazo oriente). En posteriores revisiones del Plan Maestro del Metro se consideró sustituir las líneas alimentadoras por líneas de tren ligero o por expansiones de las líneas de rodadura neumática existentes.

## **Línea B:**

La línea fue inaugurada en 2 tramos, el primer tramo Buenavista-Villa de Aragón fue inaugurado el 15 de diciembre de 1999 (de 12.14 km y 13 estaciones). El segundo tramo, Nezahualcóyotl-Ciudad Azteca se inauguró el 30 de noviembre de 2000 sumando a la línea 11.58 km y 8 estaciones.

Su trazo se localiza en el centro y nororiente de la Ciudad de México con dirección oriente-poniente de Buenavista a San Lázaro y dirección sur-norte de Ricardo Flores Magón a Ciudad Azteca. Tiene una longitud total de vía de 23.72 km, de los cuales 20.28 km son utilizados para el servicio de pasajeros y el restante se emplea para maniobras, cuenta con 19 estaciones y 2 terminales y en 2021 transportó 87, 519, 002 pasajeros.

En 1985 el Programa Maestro del Metro Horizonte 2010 propuso el trazo de la línea 10 desde la colonia Irrigación, en la demarcación Miguel Hidalgo, hasta la colonia Villa de Aragón en los límites de la demarcación Gustavo A. Madero y el municipio de Nezahualcóyotl (Estado de México). Para alimentar esta línea sería necesario construir una línea alimentadora similar a la línea A que partiría desde la colonia Villa de Aragón hacia la colonia Ciudad Azteca (en el Estado de México). La línea B representa la unificación de ambas líneas, con modificaciones en su trazo poniente.

Es importante destacar que el plan maestro de 1985, era un proyecto que planteaba una ampliación de la red del Metro, esto como parte de los escenarios futuros que se plantearon en dicho documento.

Para dichos escenarios, visualizados para el año 2010, se tomaron en cuenta aspectos normativos demográficos, así como de desarrollo urbano, usos predominantes de suelo, tendencias de incremento vehicular, no sólo de la CDMX, sino también de la ZMVM.

## Línea 12:

La vialidad es de oriente a poniente. Utiliza trenes de 7 coches de rodadura férrea alimentados por catenaria, los cuales fueron construidos por la empresa Construcciones y Auxiliar de Ferrocarriles en España.

Con estos procesos se ha dado lugar al Sistema de Transporte Colectivo Metro como se conoce en la actualidad.

A continuación se muestra una tabla resumen con la información de cada una de las líneas que conforman la red del Metro.

Línea	Longitud (km)	Estaciones	Terminales	Pasajeros transportados en 2021	Pasajeros transportados en 2019
Línea 1	18.82	18	2	131, 653, 415	242,787,412
Línea 2	23.43	22	2	113, 531, 453	269,149,446
Línea 3	23.60	19	2	107, 534,584	222,368,257
Línea 4	10.74	8	2	15, 932,642	29,013,032
Línea 5	15.68	11	2	49, 090,953	86,512,999
Línea 6	13.95	9	2	23, 533,445	49,945,822
Línea 7	18.78	12	2	51, 915,097	108,152,051
Línea 8	20.08	17	2	82, 734,948	133,620,679
Línea 9	15.67	10	2	72, 398,420	113,765,528
Línea A	17.19	8	2	79, 558,096	112,288,064
Línea B	23.72	19	2	87, 519,002	152,545,958
Línea 12	23.72	18	2	22, 071,358	134,900,367

*Tabla 1: Datos de las líneas del Metro  
Fuente: (Sistema de Transporte Colectivo, 2022)*

A continuación se muestra el mapa actual de la red del Metro.



Figura 2: Mapa de la Red actual del Metro  
Fuente: (Sistema de Transporte Colectivo, 2015)

“Una Línea de Metro, además de no contaminar ni entorpecer la circulación, transporta 3 veces más pasajeros con 2 veces menos energía que cualquier medio a combustión; tiene los costos de transporte urbano a motor más bajos y ofrece niveles de regularidad, velocidad y seguridad inalcanzables para otros medios.”

“En la Zona Metropolitana del Valle de México, aunque el Metro sólo efectúa 28.7% de los 15.57 millones de viajes en transporte público (solo por debajo de los microbuses y combis y seguido del taxi, Metrobús o Mexibús y otros transportes), que en un día hábil generan sus 20.8 millones de habitantes, su alta eficiencia favorece al transporte en general, al orden vial y a la baja contaminación, tanto en áreas directamente servidas como en zonas lejanas y aparentemente desligadas” (Sistema de Transporte Colectivo, 2018, pág. 2).

El Plan Maestro de 1985 proyectaba que para 2010 el Sistema de Transporte Colectivo (STC) contaría con 15 líneas de Metro.

Para las obras específicas a realizar en cada línea, se tomaron en cuenta las características operativas de cada una de ellas en cuanto a captación de pasajeros, carga en tramos, y volúmenes de intercambio, con esto se esperaba tener un sistema funcionando de forma equilibrada, que no presentara líneas muy cargadas ni líneas de escasa captación de pasajeros.

El Plan Maestro del Metro 2018-2030 del STC representa la oportunidad de ampliar la cobertura de la Red actual, y extenderla hacia importantes regiones no atendidas para mejorar su utilización y operación. Con base en dicho Plan, se facilita identificar otros sistemas complementarios y sus trazos, para definir una red de sistemas combinados de transporte público masivo, y establecer la estrategia más adecuada para reforzar las centralidades, al igual que servir a las nuevas de mayor jerarquía, con el objetivo de racionalizar los viajes, dicho plan consideró los siguientes aspectos:

“Para fijar el alcance de los estudios de las variables incluidas en este Plan Estratégico 2018-2030, fue necesario considerar la siguiente problemática:

- Está pendiente de actualizar el Plan Maestro del Metro y Trenes Ligeros de 1996.
- No existe a nivel de la ZMVM un proceso formal de planeación integral del transporte, por lo que no existen planes de integración modal.
- Se tiene acceso retardado o se desconoce la información técnica de los diferentes proyectos viales y de modos transporte de la ZMVM.
- Las instancias metropolitanas orientadas al transporte no tienen capacidad ejecutiva, es decir, sus propuestas y directrices no son obligatorias.
- Con el tiempo, se han modificado los patrones de movilidad y transportación por la aparición indiscriminada de nuevos modos locales y en el Estado de México.
- El crecimiento demográfico y las actividades socioeconómicas de la población urbana se han modificado, tanto a nivel municipal como en el área metropolitana.
- Los impactos a la Red del Metro, por diversos proyectos locales y metropolitanos, no es posible identificarlos en forma oportuna por falta de información técnica específica para cada proyecto, lo que obliga a formular supuestos generales y a utilizar índices paramétricos de uso común.” (Sistema de Transporte Colectivo, 2018, pág. 8).

Ante la problemática planteada, este plan considera la ampliación de la red, a partir de un análisis de simulación matemática de la movilidad de algunas posibles ampliaciones, “Se parte de la idea de una visión integral de movilidad en el Metro, se realizaron las simulaciones con ayuda del software EMME4, tomando como base un escenario integrado por las doce Líneas del Metro que operan en 2018, a nivel de tramos de máxima carga en el periodo de las 06:00 a las 09:00 horas, y apoyado en los estudios de frecuencia de paso y carga que se realizaron en el 2017” (Sistema de Transporte Colectivo, 2018, pág. 40).

Con la simulación mencionada anteriormente, se crearon varias propuestas de ampliación de algunas líneas del metro.



Figura 3: Propuestas de ampliación generadas por medio del software EMME4  
Fuente: (Sistema de Transporte Colectivo, 2018)

Dentro de las propuestas se destacan la ampliación de la línea 4 en el tramo de Santa Anita a Periférico (a), y la ampliación de la línea 8, de Constitución de 1917 a Santa Marta (f), ubicadas al sur oriente de la ZMVM.

Se puede observar que las propuestas del Plan Maestro buscan mayor conectividad, así también, como se describe en el Plan Maestro de 2018 para “determinar las mejores alternativas de expansión de la Red del STC, se realizó un análisis con base en la simulación matemática de la movilidad de algunas ampliaciones contenidas en el documento del Plan Maestro del Metro, otras planteadas con base en la experiencia

y ampliaciones propuestas por el Gobierno Federal, a través de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes.” (Sistema de Transporte Colectivo, 2018, pág. 39).

Dado lo anterior, y con base en los hechos descritos anteriormente, en este Proyecto de Investigación, hemos determinado el objetivo general y objetivos específicos de acuerdo a lo siguiente:

### 1.2 Objetivo general

Analizar la cobertura del STC Metro utilizando polígonos de Voronoi y QGis y evaluar sus posibles ampliaciones, con el fin de eficientar las áreas de cobertura que cubre cada estación.

### 1.3 Objetivos particulares

1. Calcular los diagramas de Voronoi de cada una de las estaciones del Metro, tanto de las actuales, como de las líneas propuestas, utilizando el software QGis, para poder ubicar las áreas de cobertura del STC.
2. Elaborar mapas de densidad poblacional que permitan identificar tanto las áreas de cobertura como la población tentativa a la que se le brinda servicio en esa zona, esto a través de QGis.
3. Analizar las áreas de cobertura de las estaciones de la red actual del Metro, así como de las líneas propuestas, mediante el uso de Qgis, para poder realizar las modificaciones necesarias a las propuestas.
4. Identificar zonas potenciales para la ampliación de la red, mediante el uso de QGis y polígonos de Voronoi, para la elaboración y ubicación de las propuestas.
5. Elaborar propuestas para ampliar la actual Red del Metro que ayuden al propósito de mejorar el servicio en el sistema, brindando una mayor y mejor movilidad, usando como base la información obtenida por medio de los polígonos de Voronoi, los mapas de densidad poblacional y QGis.

# CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

Existen diversas maneras de realizar el análisis de la cobertura del Sistema de Transporte Colectivo Metro. En este trabajo el análisis se hará mediante la aproximación al problema tratándolo como una red, esto se realizará usando la teoría de grafos, la cual permite analizar la red por medio de nodos (en este caso las estaciones del Metro) y enlaces (cada una de las conexiones existentes entre las estaciones de la red). Para poder realizar el análisis de la cobertura, se utilizarán los polígonos de Voronoi, los cuales permiten dividir el espacio en áreas cuyo centro (en este caso las estaciones), se encuentra a la misma distancia euclidiana de cada uno de los bordes que lo conforman. Para realizar el análisis se hará uso del software QGis, el cual permitirá ordenar, sintetizar, presentar y analizar la información para así poder tener resultados visibles de la problemática a estudiar.

## 2.1 Teoría de grafos

El origen de la teoría de grafos se remonta a 1736, cuando el matemático Leonhard Euler se interesó en un acertijo llamado el problema de los puentes de Königsberg. A la resolución de este problema se le dio el nombre del primer teorema de la teoría de grafos, planteado de la siguiente manera: dos islas en el río Pregel que cruza Königsberg se unen entre ellas y con la tierra firme mediante siete puentes. ¿Es posible dar un paseo empezando por cualquiera de las cuatro partes de tierra firme, cruzando cada puente una sola vez y volviendo al punto de partida? Euler enfocó el problema representando cada parte de tierra por un punto y cada puente, por una línea, uniendo los puntos (Saracho Luna & Castaño Meneses, 2017).

El problema anterior se puede trasladar a la siguiente pregunta: ¿Se puede recorrer el dibujo terminando en el punto de partida sin repetir las líneas? Euler demostró que no era posible ya que el número de líneas que inciden en cada punto no es par, condición necesaria para entrar y salir de cada punto, y para regresar al punto de partida, por caminos distintos en todo momento. A este problema resuelto por Euler, se le atribuye el origen del término trayectorias Eulerianas, que se puede definir como un “camino” o trayectoria que empieza y termina en el mismo nodo y que pasa por un enlace una sola vez.

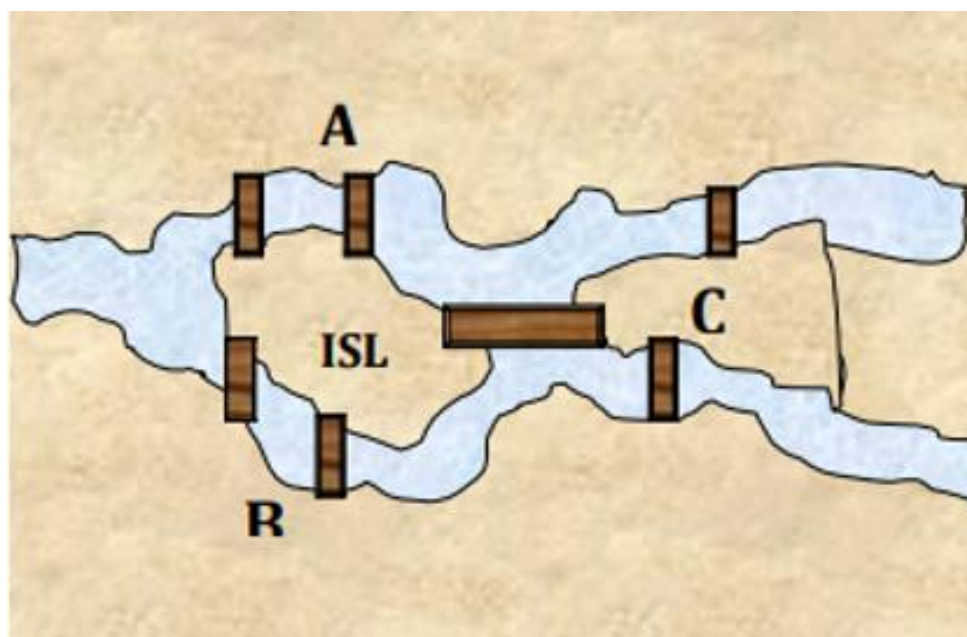


Figura 4: Los 7 puentes de Königsberg  
 Fuente: (Saracho Luna & Castaño Meneses, 2017)

Así la teoría de grafos, (que es considerada como una rama de la topología y de las matemáticas), dio inicio gracias al matemático y físico suizo Leonhard Euler en el siglo XVIII, al resolver el problema de los siete puentes de Königsberg.

Los grafos son modelos matemáticos que permiten expresar de forma visual, sencilla y efectiva, las relaciones que existen entre elementos de diferente índole; son una forma de representar formalmente una red (que se puede definir como varios objetos interconectados). La conectividad y relaciones entre dichos elementos de un conjunto es el objetivo fundamental de la teoría de grafos.

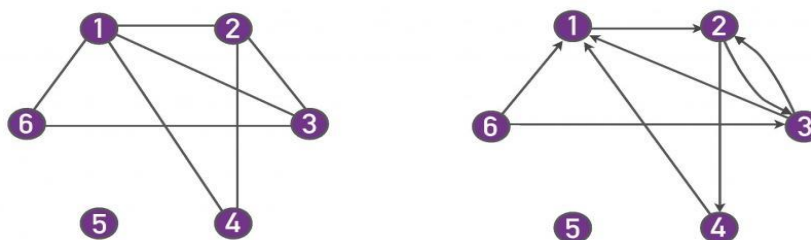


Figura 5: Ejemplos de grafo no dirigido (izquierda) y grafo dirigido (derecha)  
 Fuente: (Barabasi, 2016)

Se dice que un grafo simple está formado por dos conjuntos: un conjunto de puntos llamados vértices o nodos y un conjunto de pares de vértices que se llaman uniones, enlaces o arcos y que indican cuáles nodos están relacionados entre sí, los cuales pueden tener una dirección o flujo, llamados dirigidos o digrafo, o no tener dirección, denominados no dirigidos. En los grafos dirigidos, sólo se puede viajar de un punto A (origen) a un punto B (destino) y nunca en el sentido contrario. En los grafos no dirigidos, no existe tal restricción, se puede ir de un punto A a un punto B en ambas direcciones, el camino es bidireccional, por lo cual el nodo origen y el destino no son fijos (Vaidehi, 2017).

Entonces, podemos definir un grafo  $G$  como un conjunto de nodos con enlaces entre ellos, denominados uniones, enlaces o arcos. Asimismo, un grafo simple es aquel en el que entre dos nodos sólo existe un enlace, pero en el caso de la existencia de más de un enlace entre dos nodos entonces se tiene un grafo múltiple o multi-grafo, (Saracho Luna & Castaño Meneses, 2017).

Los grafos se componen de dos partes, las cuales son  $v$  para los vértices,  $e$  para los enlaces. La definición formal para un grafo es  $G = (v, e)$

Los nodos pueden representar ciudades, paradas o estaciones, cruces de carreteras, aeropuertos, puertos, centros de zona, lugares de referencia, en general puntos de interés; de manera similar, los arcos que conectan a los anteriores hacen referencia a carreteras, líneas de ferrocarril, tendido de cables, calles, canales, cauces fluviales, rutas aéreas o marítimas, etc. a través de los cuales se mueven flujos de personas, mercancías, información, materias, etc.

Algunos destacados avances en la teoría de grafos son los siguientes, “en una publicación de 1929, se describe una de las verdades fundamentales sobre la estructura de los grafos que ha sido base de gran cantidad de investigaciones científicas en este campo, el concepto de efecto mundo pequeño o seis grados de separación. Karinthy, en dicho trabajo, demostró la posibilidad de conectar al ganador de un premio Nobel consigo mismo mediante una cadena de tan sólo cinco personas conocidas”. (Saracho Luna & Castaño Meneses, 2017).

Solomonoff y Rapoport en 1951, presentaron el primer estudio sistemático de lo que ahora conocemos como grafo aleatorio, el cual es un grafo cuyos nodos no siguen ningún patrón y cuyas conexiones entre ellos pueden ser interminables, un ejemplo de grafos aleatorios son las redes neuronales, epidemias, entre otros. (Solomonoff, 1951).

También existen los grafos llamados de escala libre, (Barabasi, 2016), los cuales utilizan algoritmos que se emplean para generar redes aleatorias complejas libres de escala (donde algunos nodos están altamente conectados o poseen una gran cantidad de enlaces a otros nodos, aunque el grado de conexión de casi todos los nodos sea mucho más bajo), este tipo de redes posee un grado del tipo potencial; algunos ejemplos de este tipo de redes son el internet y algunos tipos de redes sociales, por mencionar algunos.

Dentro de las redes de transporte también es posible hacer un análisis de éstas mediante la teoría de grafos. Dicho análisis puede servir para calcular rutas más cortas, costos mínimos o máximos, flujos entre nodos, entre muchos otros aspectos. Todo esto es posible caracterizando la red de transporte en nodos (orígenes y destinos), y los enlaces entre éstos.

## 2.2 Polígonos de Voronoi

“El polígono de Voronoi de un conjunto de puntos en el plano es la división de dicho plano en regiones, de tal forma, que a cada punto le asigna una región del plano formada por los puntos que son más cercanos a él que a ninguno de los otros objetos. Dicho de otra manera, lo que hace dicho polígono es dividir el plano en tantas regiones como puntos tengamos, de tal forma que a cada punto le asignemos la región formada por todo lo que está más cerca de él que de ningún otro” (Grima, 2017).

Según Grima, la primera aplicación conocida apareció en un mapa del médico John Snow, incluido en el reporte sobre el brote de Cólera de St. James, Westminster, durante el otoño de 1854.

El cólera, que se generalizó en el siglo XIX, ha matado a decenas de millones de personas. Antes de que se aislara la bacteria del cólera, se sospechaba del

hacinamiento, la mala alimentación, las malas condiciones sanitarias y el miasma nocivo que emanaba de la materia orgánica en descomposición. Snow creía que el cólera era causado por beber agua infectada (Lynch, 2017).

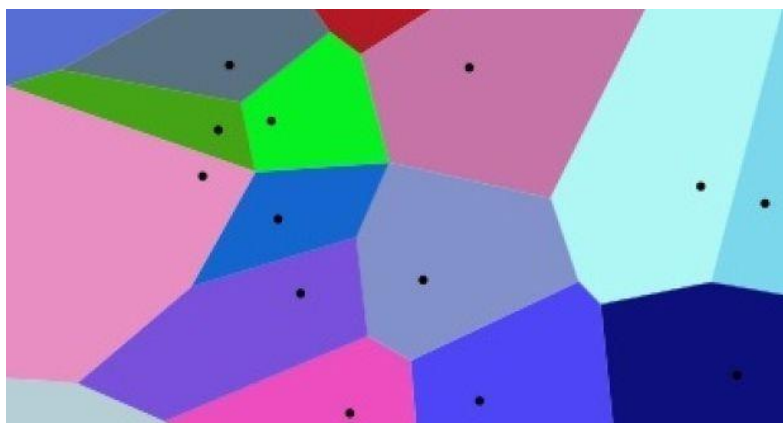
Un grave brote de cólera en 1854 mató a 500 personas en cinco días. Snow reunió estadísticas sobre el número de víctimas y la ubicación de los brotes. Dividió el interior de Londres en barrios, cada uno con un suministro de agua separado. Trazó sus datos en un gráfico, construyendo efectivamente un polígono de Voronoi. Esto reveló que casi todas las muertes ocurrieron en casas abastecidas por una sola bomba en Broad Street, Soho. Debido a esto, se decidió retirar la manija de dicha bomba, con eso las tasas de mortalidad disminuyeron considerablemente y la epidemia se extinguió rápidamente. Posteriormente, un estudio de ingeniería mostró que un desagüe mal construido estaba contaminando el agua de la bomba (Grima, NAUKAS, 2011).



Figura 6: Mapa de muertes por cólera  
Fuente: (Grima, NAUKAS, 2011)

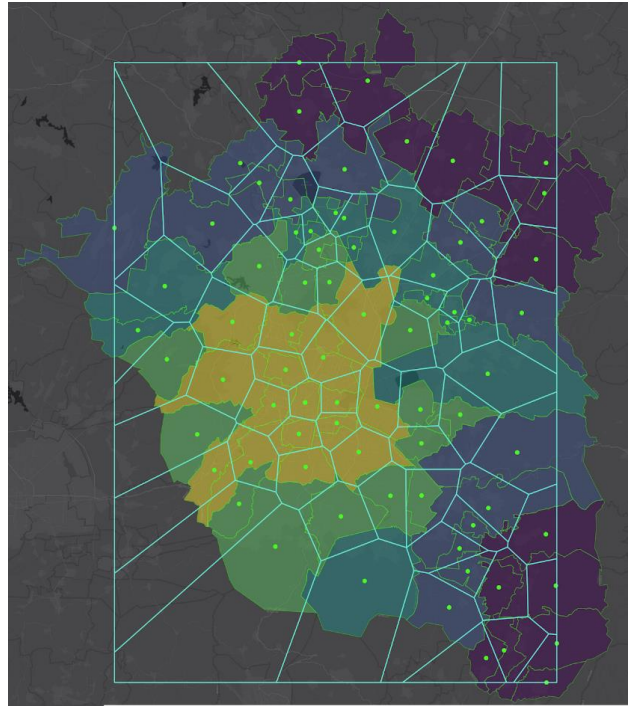
Peter Lynch, define los polígonos de Voronoi como “Un mapa dividido en celdas, cada celda cubriendo la región más cercana a un centro en particular”. Tal mapa se llama diagrama de Voronoi , llamado así por Georgy Voronoi , un matemático nacido en Ucrania en 1868. Hoy en día se le recuerda principalmente por este diagrama, también conocido como teselación, descomposición o partición de Voronoi.

“En términos matemáticos, tenemos un conjunto finito de puntos en el plano y, para cada punto, la celda de Voronoi correspondiente consta de todas las ubicaciones más cercanas a él que a cualquiera de los otros puntos. Las celdas son todos polígonos convexos; es decir, tienen límites formados por segmentos de línea recta y todas las esquinas tienen ángulos internos menores de 180 grados.” (Lynch, 2017)



*Figura 7: Polígonos de Voronoi*  
*Fuente: (Lynch, 2017)*

Un polígono de Voronoi es una construcción geométrica que permite realizar una partición del plano o del espacio, se relacionan con gran parte de las estructuras que encontramos en la naturaleza, como las cortezas de un árbol, los patrones de las hojas, las estructuras de la piña, los dibujos en la piel de algunos animales o incluso en las grietas que se forman en los suelos por la reciente humedad.



*Figura 8: Mapa de polígonos de Voronoi  
Fuente: (CEDRUS, 2019)*

Los polígonos de Voronoi también son conocidos como Polígonos de Thiessen en honor al meteorólogo estadounidense Alfred H. Thiessen, que en 1911 los utilizó para la predicción del tiempo atmosférico (Ortega del Campo, 2020).

En cuanto al ámbito del transporte, los polígonos de Voronoi han sido una herramienta utilizada para dar solución a algunos problemas derivados de dicho ámbito.

### **Conceptos básicos**

Denotaremos como  $p$  al conjunto de  $n \geq 2$  puntos  $p_1, \dots, p_n$  en el plano euclidiano, etiquetados con las coordenadas  $(x_{11}, x_{12}), \dots, (x_{n1}, x_{n2})$  o vectores de posición  $x_1, \dots, x_n$ . Los  $n$  puntos son distintos en el sentido de  $x_i \neq x_j$  donde  $i \neq j, i, j \in I_n = 1, \dots, n$ .

Diagrama de Voronoi ordinario planar: Sea el conjunto

$$P = \{p_1, \dots, p_n\} \subset R^2, \text{ con } 2 < n < \infty \text{ y } x_i \neq x_j \text{ (Ecuación 1)}$$

para  $i \neq j, i, j \in I_n$ . Llamamos a la región dada por

$$V(p_i) = \{x \mid \|x - x_i\| \leq \|x - x_j\|, i \neq j, i, j \in I_n\} \text{ (Ecuación 2)}$$

como el polígono de Voronoi Planar asociado a  $p_i$  y al conjunto dado por

$$V = \{V(p_1), \dots, V(p_n)\} \text{ (Ecuación 3)}$$

se llama Diagrama de *Voronoi Ordinario Planar* generado por  $P$ . Llamamos a  $p_i$  de  $V(p_i)$  como el Punto Generador o Generador del  $i$ -ésimo Polígono de Voronoi y al conjunto  $P = \{p_1, \dots, p_n\} \subset R^2$  como el *Conjunto Generador* del Diagrama de Voronoi  $V$ . En la Definición notamos que la relación en la ecuación está definida en términos de  $\leq$  pero no de  $<$ . Un polígono de Voronoi por lo tanto es un conjunto cerrado. Alternativamente, podemos definir un polígono de Voronoi como:

$$V^\circ(p_i) = \{x \mid \|x - x_i\| < \|x - x_j\|, i \neq j, i, j \in I_n\} \text{ (Ecuación 4)}$$

El cual es un conjunto abierto. Ambas definiciones se aceptan, pero en este estudio definiremos un polígono de Voronoi como un conjunto cerrado.

**Arista.** Dado que un polígono de Voronoi es un conjunto cerrado, contiene a su frontera, que será denotada como  $\partial V(p_i)$ . Ésta puede consistir en segmentos de recta, semirrectas o rectas infinitas, las cuales llamamos Aristas de Voronoi. Denotamos una arista de Voronoi como  $e_i$ .

**Vértice de Voronoi.** Un punto extremo de una arista de Voronoi se conoce como Vértice de Voronoi. También un vértice de Voronoi puede definirse como un punto compartido por tres o más polígonos de Voronoi. Denotamos un vértice de Voronoi como  $q_i$ .

## Propiedades de un diagrama de Voronoi (Martínez, 2015)

- **Propiedad 1.** Un polígono de Voronoi es un conjunto de celdas cuyas caras son polígonos convexos (posiblemente no acotados).

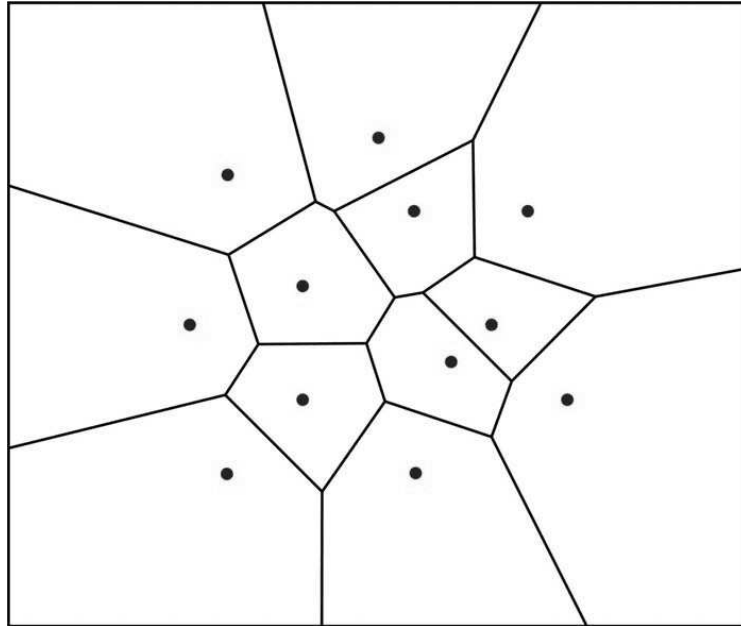


Figura 9: Polígono de Voronoi

- **Propiedad 2.** Cada punto en una arista de Voronoi es equidistante de sus dos vecinos más cercanos  $p_i$  y  $p_j$ . Por lo tanto, existe un círculo centrado en ese punto tal que  $p_i$  y  $p_j$  se encuentran en este círculo y ningún otro punto  $p_k$ , está en el interior de él.
- **Propiedad 3.** (Círculo máximo vacío). Un vértice de Voronoi (el sitio compartido por tres o más celdas de Voronoi, por ejemplo  $V(p_i), V(p_j)$  y  $V(p_k)$ ) es equidistante de los vértices  $p_i, p_j$  y  $p_k$ . Por lo tanto, es el centro del círculo que pasa por ellos y, además, no contiene otros vértices en su interior.
- **Propiedad 4.** Una celda de Voronoi es no limitada si y sólo si el sitio correspondiente se encuentra en la cubierta convexa.

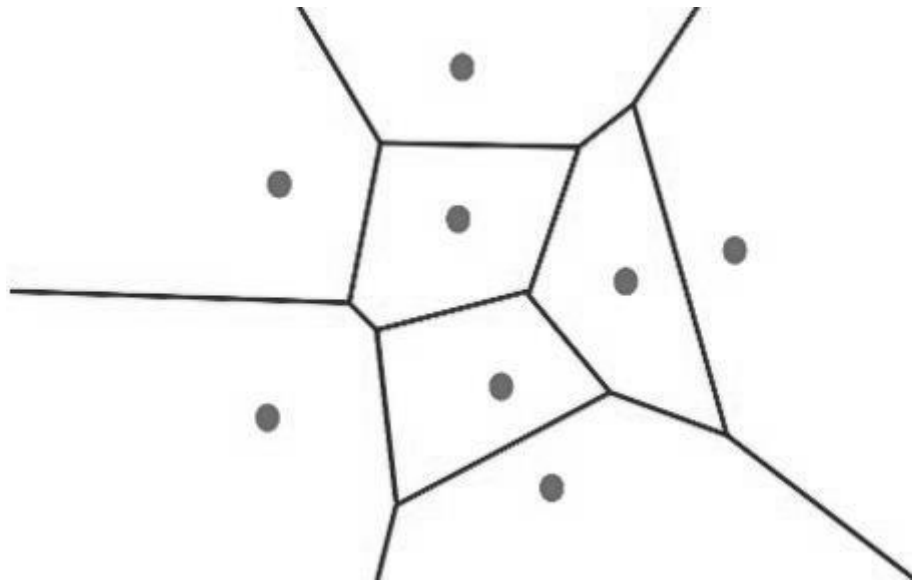


Figura 10: Celda de Voronoi no limitada

- **Propiedad 5.** Si se tienen  $n$  sitios, se desprende de la fórmula de Euler, que el número de vértices de Voronoi es como máximo  $2n - 5$  y el número de aristas es a lo más  $3n - 6$ . (Nolasco, 2020)

### 2.3 Sistemas de información geográfica

Los Sistemas de Información Geográfica (SIG) son “un elemento que permite analizar, presentar e interpretar hechos relativos a la superficie terrestre. (...) es un conjunto de software y hardware diseñado específicamente para la adquisición, mantenimiento y uso de datos cartográficos.”

“(...) sistema de información diseñado para trabajar con datos referenciados mediante coordenadas espaciales o geográficas. (...) es tanto un sistema de base de datos con capacidades específicas para datos georreferenciados, como un conjunto de operaciones para trabajar con estos datos.” (Olaya, 2012).

Para Sarría, en general, un Sistema de Información (SI) consiste en la unión de información en formato digital y herramientas informáticas (programas) para su análisis con unos objetivos concretos dentro de una organización. Un SIG es un caso particular de SI en el que la información aparece georreferenciada, es decir, incluye su posición

en el espacio utilizando un sistema de coordenadas estandarizado resultado de una proyección cartográfica.

Cuando se habla de Sistemas de Información, suele pensarse en grandes sistemas informáticos que prestan apoyo a empresas u organismos de cierta envergadura. Este apoyo implica:

- Almacenamiento de la información relativa al capital de la empresa y a todas las transacciones.

- Consulta de datos particulares con cierta facilidad y desde diferentes puntos.

- Analizar estos datos para obtener un mejor conocimiento de las vicisitudes que atraviesa la empresa.

“Considerando el SIG de una área geográfica, éste contendrá información topográfica, ambiental y socioeconómica, entre otros datos, de manera que podamos consultar las características de un determinado espacio o cuáles son las áreas que cumplen con el conjunto de criterios recomendables para, por ejemplo, instalar un parque eólico. De este modo un SIG se convierte en una herramienta fundamental para llevar a cabo estudios de Ordenación del Territorio o Evaluación de Impacto Ambiental, entre muchos otros tipos de estudios. Por tanto, podríamos considerar, en un sentido más amplio que un SIG está constituido por:

- Bases de datos espaciales en las que la realidad se codifica mediante unos modelos de datos específicos.

- Bases de datos temáticos cuya vinculación con la base de datos cartográfica permite asignar a cada punto, línea o área del territorio valores temáticos.

- Conjunto de programas que permiten manejar estas bases de datos de forma útil para diversos propósitos de investigación, docencia o gestión.

-Conjunto de ordenadores y periféricos de entrada y salida que constituyen el soporte físico del SIG. Estas incluyen tanto el programa de gestión de SIG como otros programas de apoyo.

-Comunidad de usuarios que pueda demandar información espacial.

-Administradores del sistema encargados de resolver los requerimientos de los usuarios (empresas, personas físicas, etc.), bien utilizando las herramientas disponibles o bien produciendo nuevas herramientas.” (Alonso Sarría, 2013).

Componentes de un SIG (Olaya, 2012):

-Datos: son la base de los SIG, es necesario conocer sus características fundamentales, forma y propiedades; con esto se pueden saber los procesos que son posibles realizar o no con dichos datos.

-Procesos: es la serie de formulaciones que permiten la obtención de resultados y el análisis de los datos espaciales.

-Visualización: la forma gráfica en la que se representa la información, la cual facilita la interpretación de ésta.

-Tecnología: hardware (elementos físicos del SIG) y software que permite operar y manipular los datos, realizar los procesos, visualizaciones, análisis, etc.

-Factor organizativo: brinda la organización y coordinación de los elementos y las interrelaciones entre éstos.

Para el análisis que hacemos en este trabajo se utilizará QGis, que es un Sistema de Información Geográfica libre y de código abierto, el cual puede visualizar, gestionar, editar y analizar datos y diseñar mapas imprimibles. QGis es un proyecto oficial de Open Source Geospatial Foundation (OSGeo). Corre sobre Linux, Unix, Mac OSX, Windows y Android y soporta numerosos formatos y funcionalidades de datos vector, datos ráster y bases de datos y se encuentra bajo la licencia GNU – General Public

License. QGis (anterior Quantum GIS) se basa en uno de los primeros programas SIG libres (SAGA).

CAPÍTULO III:  
ANÁLISIS DE LA PROPUESTA DE  
AMPLIACIÓN DEL SISTEMA DE  
TRANSPORTE COLECTIVO METRO

La actual Red del Metro cuenta con 12 líneas integradas por 226 km de vía y 195 estaciones, de las cuales 44 son estaciones de correspondencia y 127 de paso, asimismo existen 12 estaciones terminales con correspondencia y 12 estaciones terminales sin correspondencia. Por su tipo existen 115 estaciones subterráneas, 55 superficiales y 25 elevadas. La infraestructura del Sistema se compone principalmente de tres elementos que son: el material rodante, las instalaciones fijas y la obra civil (Sistema de Transporte Colectivo, 2022).

Anualmente, el STC transporta 1,615.6 millones de usuarios y de éstos 201.8 millones se transportan en forma gratuita. En 253 días laborables del año, el Metro transporta en promedio 4.9 millones de usuarios, habiéndose registrado 5.6 millones de usuarios en el día de mayor afluencia. Para brindar el servicio de transporte asignado, el material rodante realiza 1.2 millones de vueltas al año y en ese mismo lapso recorre 44.2 millones de kilómetros (Sistema de Transporte Colectivo, 2022).

Tomando en cuenta la actual problemática con respecto a la movilidad en la CDMX y la ZMVM, que se ve reflejada en los resultados arrojados por la Encuesta Origen Destino 2017, donde se puede apreciar que la movilidad es un factor determinante en metrópolis como lo es la ZMVM, ya que el 30% de los viajes que se realizan en transporte público, son realizados en Metro; en primer lugar se encuentra el uso del colectivo (con un 76.6%), (INEGI, 2017), esto puede tener su causa en múltiples factores, entre los que se encuentran la saturación que tiene la red del Metro en las horas pico del día, por lo que la gente prefiere hacer uso de otros modos de transporte, también al hecho de que existen áreas donde el Metro no tiene cobertura, por lo que el uso de otros modos de transporte es una necesidad. Con lo anterior se puede ver la importancia de que la cobertura del Metro crezca, para llegar a más población y dar mejor atención a los usuarios de este modo de transporte, es por esto que se procedió a realizar la propuesta de ampliación de la red del Metro que permita no sólo mejorar la movilidad, sino brindar un mejor servicio y con ello mejorar la calidad de vida de los usuarios.

Dicha propuesta será basada en un análisis con polígonos de Voronoi, los cuales se realizarán mediante el software QGis y la herramienta de geometría "Polígonos

Voronoi”, la cual crea dichos polígonos, lo cual permitirá poder realizar el cálculo del área de cada polígono de Voronoi y con esto poder comenzar el análisis de la Red del Metro.

### 3.1 Análisis con polígonos de Voronoi

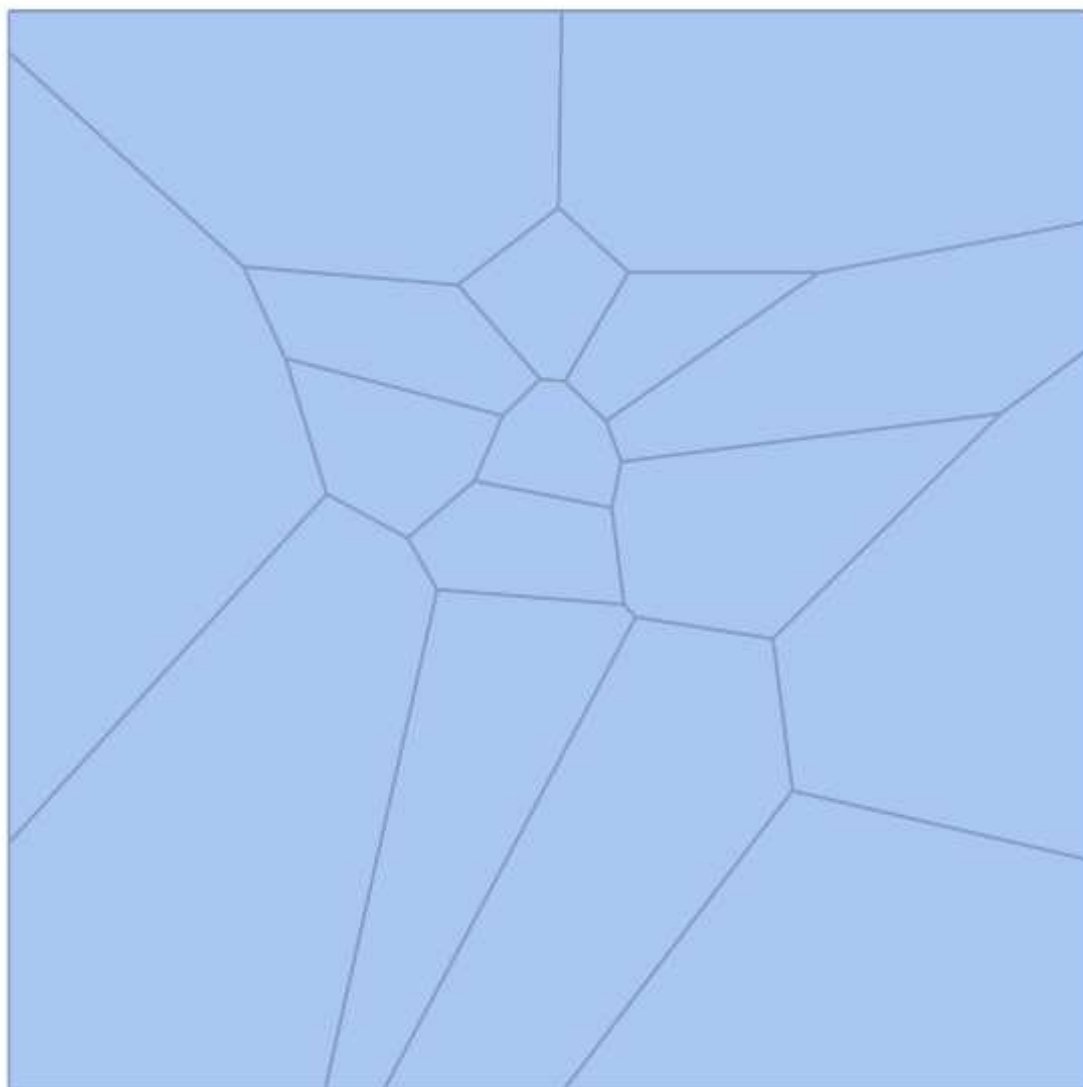
Uno de los primeros procedimientos ejecutados realizados, fue la división de la CDMX en polígonos de Voronoi, usando el software Wolfram Mathematica, lo primero que se hizo fue obtener las coordenadas geográficas de cada una de las alcaldías que conforman la CDMX, esto con la ayuda de Google Earth, (para ello se tomó como referencia la localización de cada una de las sedes territoriales de las alcaldías).

Alcaldía	Coordenadas Geográficas	Coordenadas en Grados
<b>Álvaro Obregón</b>	19°23'22.28"N 99°11'44.18"O	19.3895222222222222, -99.195605555555556
<b>Azcapotzalco</b>	19°29'2.74"N 99°11'3.79"O	19.4840944444444445, -99.184386111111111
<b>Benito Juárez</b>	19°22'23.19"N 99° 9'28.09"O	19.3731083333333334, -99.157802777777779
<b>Coyoacán</b>	19°21'1.05"N 99° 9'44.13"O	19.350291666666667, -99.162258333333334
<b>Cuajimalpa de Morelos</b>	19°21'28.13"N 99°17'58.13"O	19.35781388888889, -99.299480555555555
<b>Cuauhtémoc</b>	19°26'29.73"N 99° 9'6.75"O	19.441591666666667, -99.151875
<b>Gustavo A. Madero</b>	19°28'58.82"N 99° 6'48.40"O	19.483005555555554, -99.113444444444444

<b>Iztacalco</b>	19°23'44.58"N	19.395730555555556,
	99° 5'49.78"O	-99.097144444444444
<b>Iztapalapa</b>	19°21'33.82"N	19.359394444444447,
	99° 5'33.11"O	-99.092530555555556
<b>Magdalena Contreras</b>	19°18'17.48"N	19.304855555555555,
	99°14'29.43"O	-99.241508333333333
<b>Miguel Hidalgo</b>	19°24'26.43"N	19.4073416666666664,
	99°11'27.31"O	-99.190919444444445
<b>Milpa Alta</b>	19°11'29.51"N	19.191530555555556,
	99° 1'23.92"O	-99.023311111111111
<b>Tláhuac</b>	19°16'13.91"N	19.270530555555556,
	99° 0'17.65"O	-99.004902777777777
<b>Tlalpan</b>	19°17'17.41"N	19.288169444444446,
	99°10'1.88"O	-99.167188888888889
<b>Venustiano Carranza</b>	19°25'9.26"N	19.419238888888889,
	99° 6'48.65"O	-99.113513888888889
<b>Xochimilco</b>	19°15'25.17"N	19.256991666666668,
	99° 6'31.73"O	-99.108813888888889

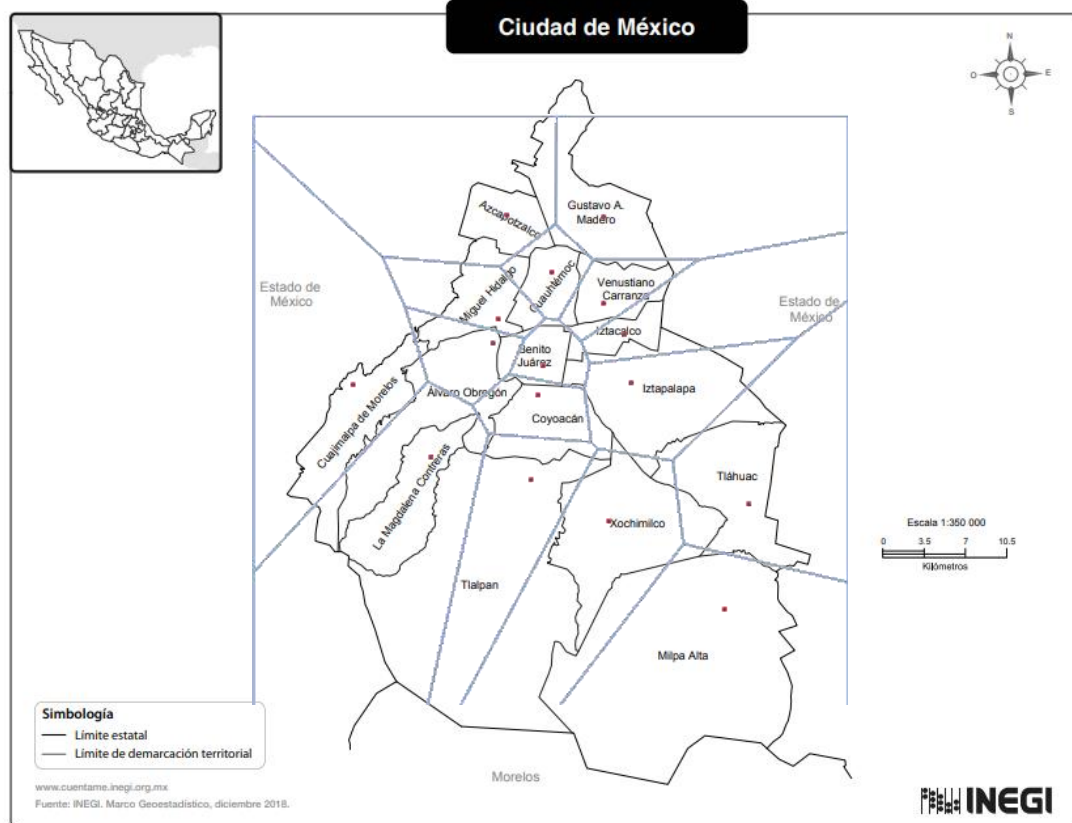
*Tabla 2: Coordenadas geográficas de las alcaldías de la CDMX*

A partir de la localización de cada una de las sedes territoriales de las alcaldías, por medio de Wolfram Mathematica se crearon los polígonos de Voronoi.



*Figura 11: División en polígonos de Voronoi de las alcaldías de la CDMX*

A continuación se realizó una superposición entre los polígonos obtenidos y una imagen de la CDMX.



Figura

12: Superposición de la ubicación de las alcaldías de la CDMX  
Fuente: (INEGI, 2022)

Se pueden observar algunos polígonos de Voronoi no acotados. Por tanto, para un análisis posterior se hace evidente que se requiere acotar el área, para que al mismo tiempo los polígonos de Voronoi no sólo definan conjuntos de áreas claramente delimitados por las estaciones del STC, en este caso, sino que reflejen las características físicas del entorno geográfico en análisis.

Mediante QGIS, a partir del Marco Geoestadístico Nacional (INEGI, 2021) se delimitó la CDMX y sus 16 alcaldías, en tanto que la ubicación georreferenciada de la red del STC se obtuvo de los datos brindados por el Gobierno de la CDMX (Portal de Datos

Abiertos, 2021). Con esa información se generó el mapa de la CDMX con la actual red del Metro.

### Líneas del Metro

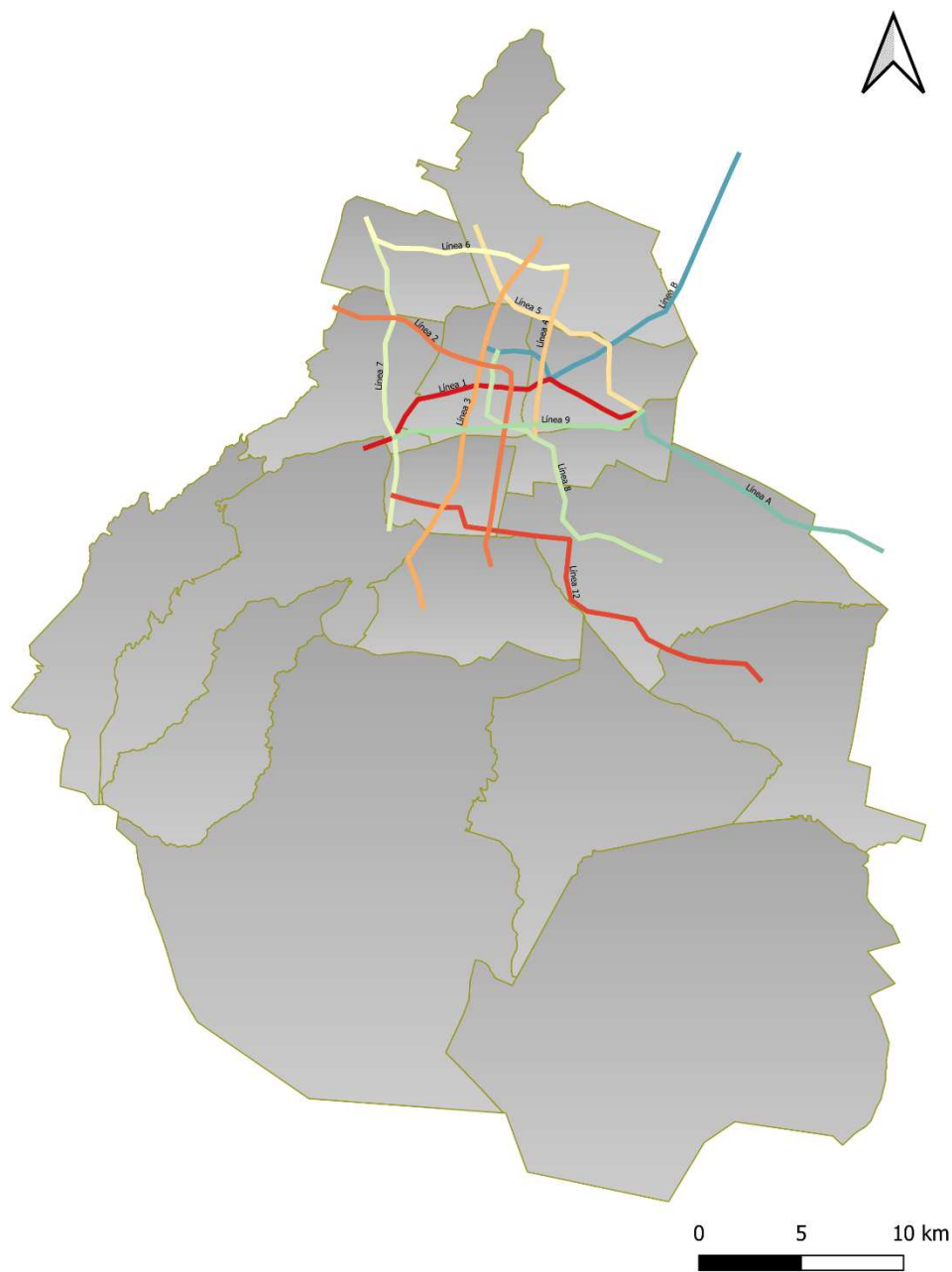
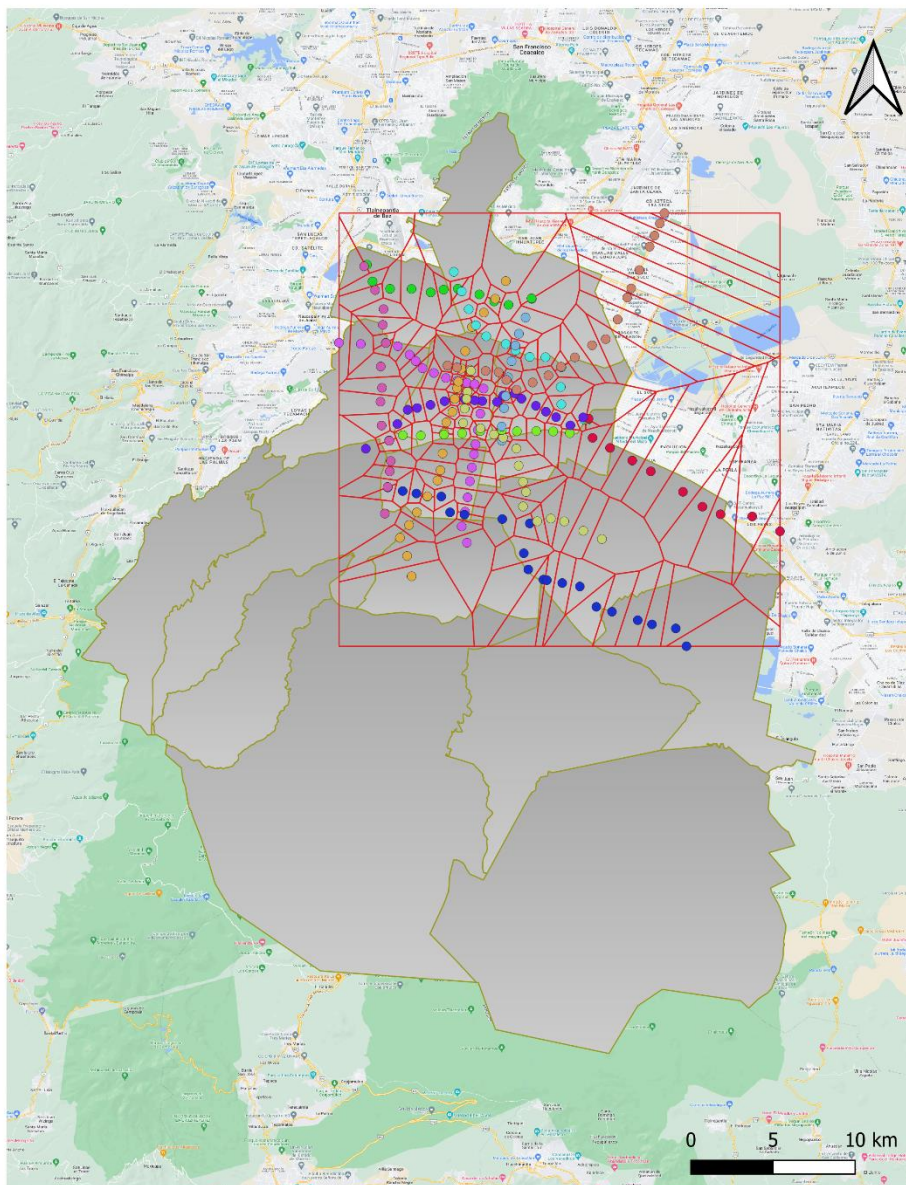


Figura 13: Líneas del Metro

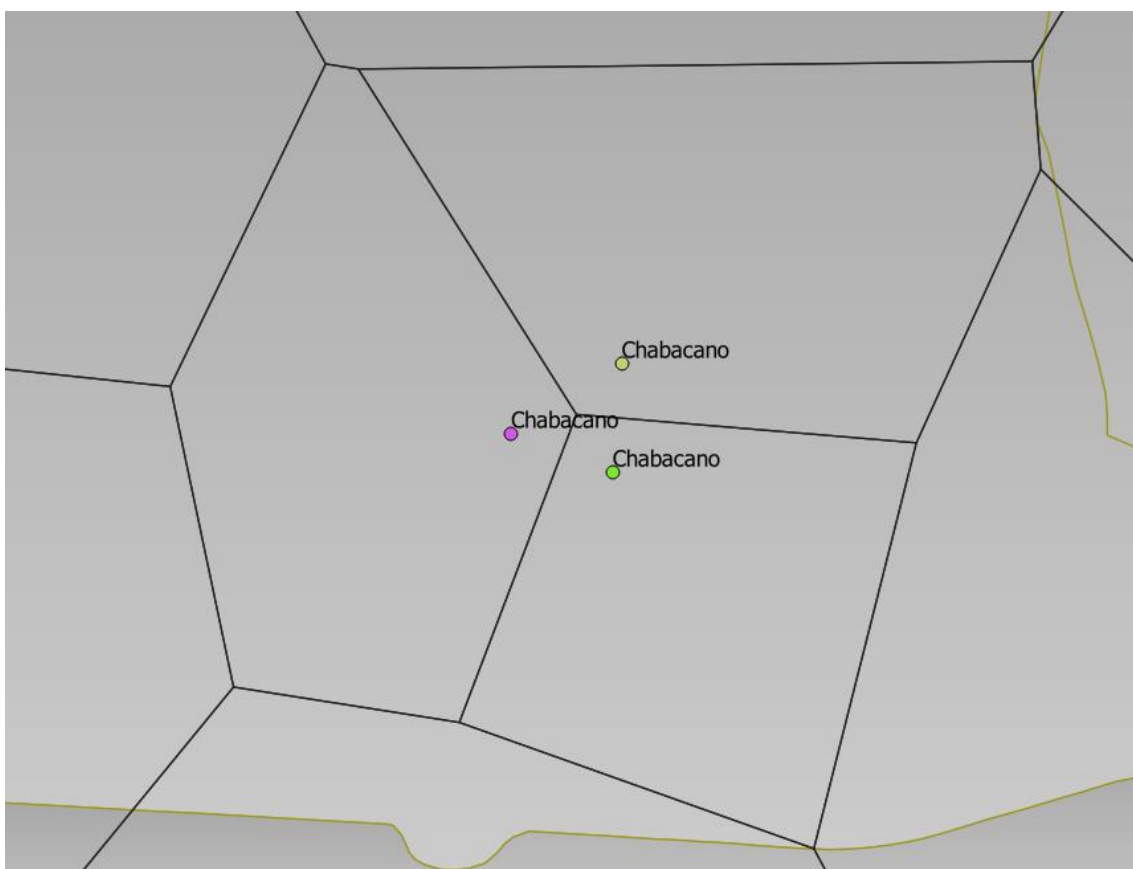
Por otro lado, por medio de la herramienta de geometría “Polígonos Voronoi” para la construcción de los diagramas de Voronoi, se obtuvo la figura 14, donde se observa el polígono de Voronoi que se generó a partir de cada una de las estaciones de la red actual del Metro.

**Mapa de polígonos de Voronoi creados a partir de las estaciones del Metro**



*Figura 14: Mapa de polígonos de Voronoi generados a partir de las estaciones del Metro*

Con dicho cálculo se pudieron identificar las estaciones que contaban con mayor área territorial dentro de la red, donde es de esperar una mayor cantidad de usuarios potenciales. Además, se observó que al existir estaciones de correspondencia, que pueden pertenecer a dos o más líneas dentro de la red del Metro, el proceso para la creación de los polígonos de Voronoi los consideró como puntos independientes, generando polígonos para cada uno de ellos, por lo que se procedió a sumar para cada conjunto de estaciones de correspondencia sus respectivas áreas para formar una sola; así, en términos prácticos, se pasó de un total de 195 estaciones a 163 y, por tanto, 163 polígonos de Voronoi.



*Figura 15: Diagramas de Voronoi de la Estación de correspondencia Chabacano*

Como resultado, se observó que las estaciones con las mayores áreas (en función de los polígonos de Voronoi) eran las que se encontraban en los límites de la CDMX y el EdoMéx, así como las estaciones de las líneas A y B y otras estaciones terminales, como la estación terminal Universidad de la línea 3, la cual, debido a su ubicación en el extremo sur de la red, genera un polígono que se extiende al sur poniente de la Ciudad.

<b>Estación</b>	<b>Área (km2)</b>
Universidad	37.278
Los Reyes	24.48
Peñón Viejo	24.163
Múzquiz	20.115
San Andrés Tomatlán	20.101
Nezahualcóyotl	18.694
Guelatao	18.581
Indios Verdes	17.205
Ecatepec	16.41
El Rosario	16.215
Politécnico	16.165
Constitución de 1917	15.069

*Tabla 3: Estaciones con mayor área, a partir de los polígonos de Voronoi*

Al tener en claro que las áreas que generaban los polígonos de Voronoi, abarcan zonas no sólo de la CDMX, sino también del Estado de México, apoyado nuevamente en el Marco Geoestadístico Nacional (INEGI, 2021), se procedió a añadir dentro de QGis toda la Zona Metropolitana del Valle de México.

Así, con el marco geoespacial de la ZMVM, se obtuvieron nuevos polígonos de Voronoi, mismos que fueron acotados por la mancha urbana.

### Polígonos de Voronoi acotados de la red actual del Metro (ZMVM)

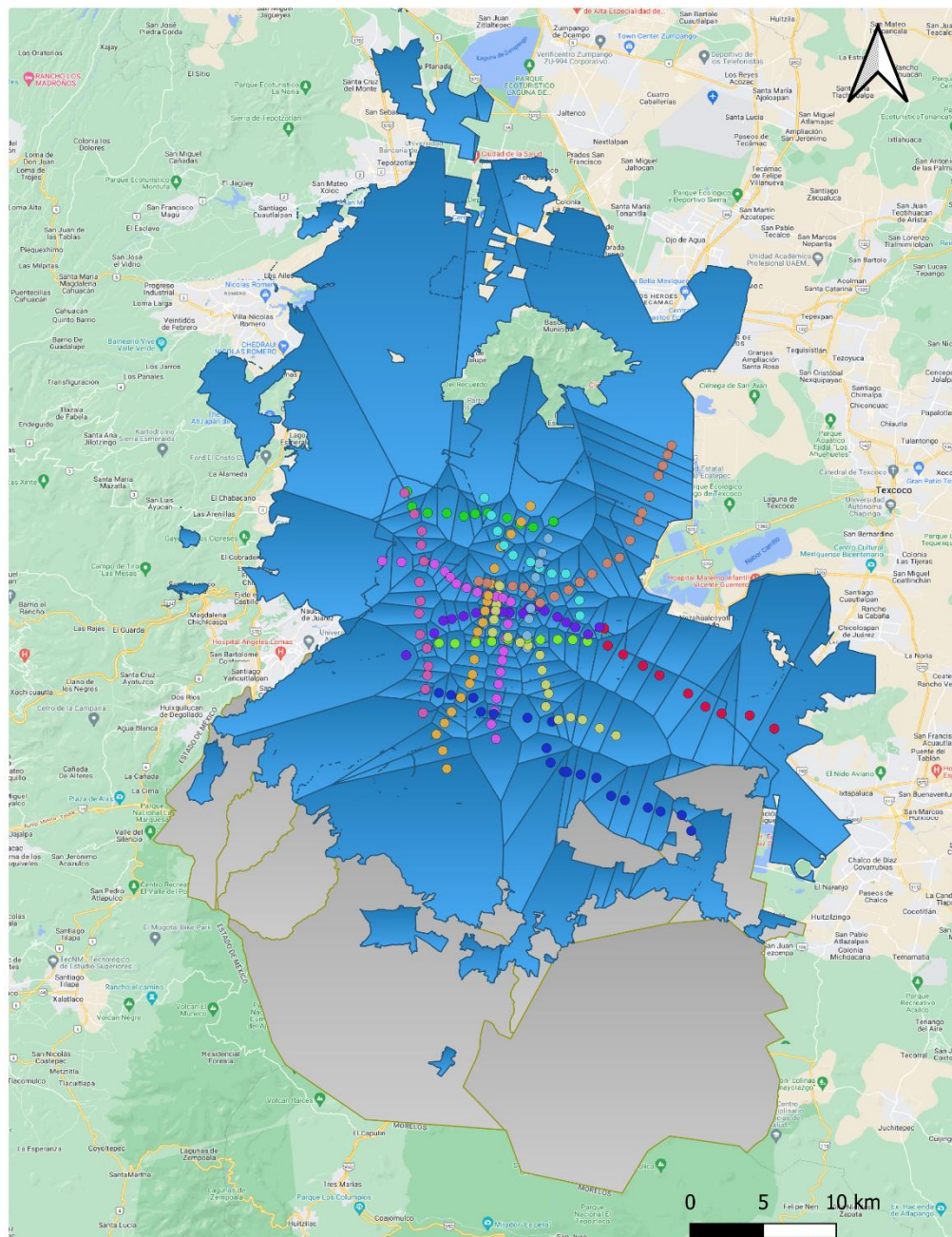


Figura 16: Diagramas de Voronoi de las estaciones actuales del Metro

### 3.2 Propuestas de ampliación de la red

A partir de las condiciones actuales de la red del STC y los polígonos de Voronoi resultantes, se procedió a realizar la propuesta de una nueva línea de Metro en el área de la Zona Metropolitana del Valle de México.

Particularmente los polígonos de Voronoi generados entre las líneas A y B son de los más grandes en la red del STC, por lo que una primer línea propuesta toma en consideración partir de la estación terminal Pantitlán, ubicando estaciones con un intervalo de aproximadamente 1 km de distancia entre cada una, además se buscó que el lugar propuesto para las estaciones fuera alguna avenida o calle principal, donde se pudiera colocar dicha estación propuesta y facilitara el acceso de servicios alimentadores y, al mismo tiempo, se ubicaron lo más cercanamente posible a las fronteras definidas por los polígonos.

Con dichos parámetros se proponen 13 nuevas estaciones.

## Polígonos de Voronoi con la primera propuesta de nueva línea del Metro

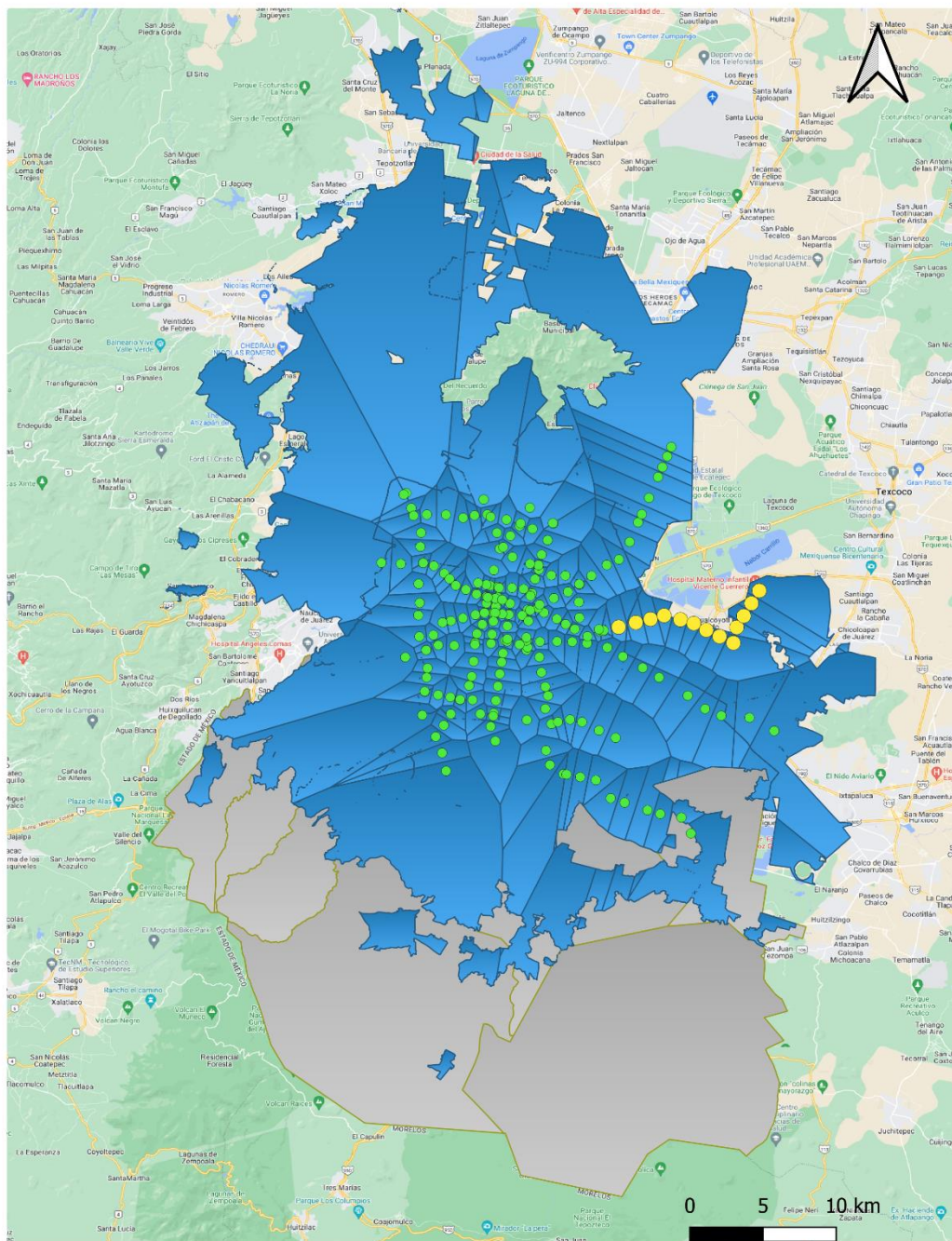


Figura 17: Diagramas de Voronoi con la propuesta 1 de nueva línea del Metro

Añadiendo las 13 estaciones propuestas, se tendrán 176 estaciones, en lugar de las 163 actuales. Con este nuevo escenario se recalcularon los diagramas de Voronoi por medio de QGIS y se obtuvieron nuevamente las áreas de cada una de las estaciones:

<b>Estación</b>	<b>Área (km2)</b>
Universidad	37.278
E13	26.816
San Andrés Tomatlán	20.101
Indios Verdes	17.205
El Rosario	16.215
Politécnico	16.165
Constitución de 1917	15.069
Martín Carrera	14.321
Tlaltenco	14.047
Múzquiz	13.938
Ciudad Azteca	13.881
Ecatepec	12.788
La Paz	11.951
Santa Marta	11.937
Tláhuac	11.831
Los Reyes	11.825
Tasqueña	11.142
E9	10.612
Peñón Viejo	10.424

*Tabla 4: Estaciones con mayor área*

Como se puede observar, la estación Universidad no modificó su área, debido a que la propuesta se hizo en una zona diferente de la ciudad sin intervenir en la zona donde se encuentra dicha estación. Pero se puede apreciar que tanto la estación Los Reyes, como la estación Peñón viejo (ambas de la línea A, y sólo por mencionar dos ejemplos), pasaron de tener un área de 24.48 km<sup>2</sup> a 11.825 km<sup>2</sup> y de 24.163 km<sup>2</sup> a 10.424 km<sup>2</sup>, respectivamente; lo cual significa una reducción de 51.7% y 56.86%, respectivamente. Esos son algunos ejemplos que corroboran que la creación de la propuesta de una nueva línea, puede hacer que el área de influencia de una estación se reduzca.

Siguiendo este procedimiento, se optó por realizar la propuesta de una segunda línea para el STC Metro, con los mismos criterios de ubicación que la primera línea propuesta. Se decidió que dicha propuesta se hiciera partiendo de la estación Mixiuhca y corriera hacia el suroriente de la CDMX, cerca de la estación terminal La Paz de la línea A del Metro, ya que las áreas de los polígonos de Voronoi de esa zona seguían siendo de las mayores de la red.

Es así como se realizó la propuesta de otra nueva línea, ésta conformada por 15 estaciones.

### Polígonos de Voronoi con la segunda propuesta de nueva línea del Metro

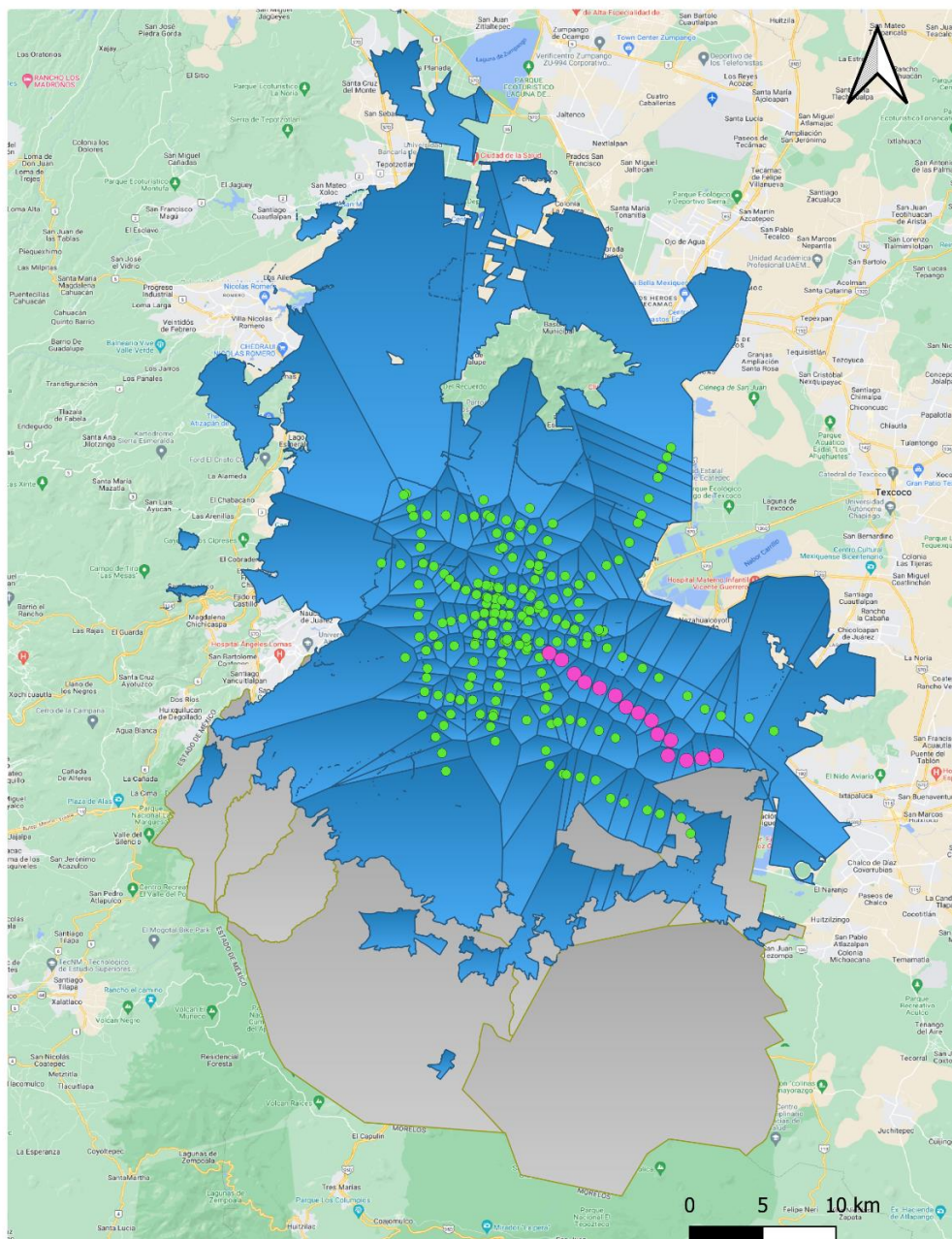


Figura 18: Red actual del Metro más segunda línea propuesta

Si unimos ambas líneas propuestas dentro de la red, ésta quedaría como se muestra en la siguiente figura:

### Polígonos de Voronoi con ambas propuestas de nueva línea del Metro

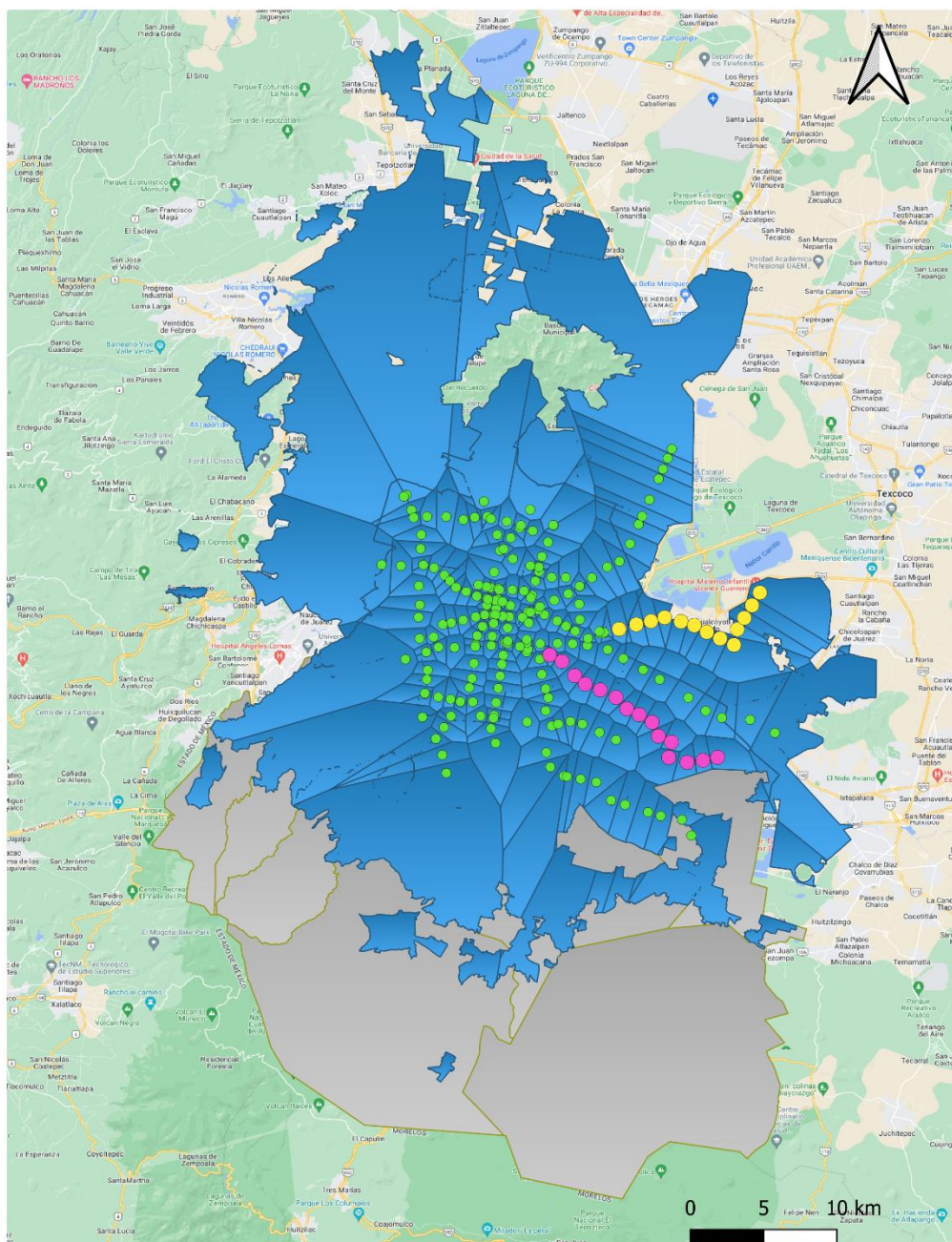


Figura 19: Red actual del metro más ambas líneas propuestas

### 3.3 Análisis de áreas

Tomando en cuenta toda la información anterior, utilizando Excel, se procedió a realizar una gráfica tanto de las áreas de las estaciones actuales, como la gráfica con la propuesta de nueva línea, también se realizó el ajuste de cada una de ellas, usando la siguiente ecuación:

$$y = ax^b \quad (\text{Ecuación 5})$$

Donde:

$y$  = área

$x$  = estación

$a, b$  = coeficientes ajustados

Las gráficas se realizaron con el número total de estaciones y el área de cada una de ellas; se realizaron gráficas de los datos obtenidos con los polígonos de Voronoi y también de los ajustes encontrados y propuestos por Excel. Estos ajustes fueron dos, el primero se encontró por medio de una función base dada (que fue una propuesta nuestra), la cual es  $y = ax^b$ , el segundo ajuste se realizó por medio de la función que brinda como propuesta Excel al hacer la gráfica de los datos. También se graficaron los residuales (que son la diferencia entre el valor real y el valor del ajuste) de ambos ajustes.

La primera gráfica se realizó tomando en cuenta cada una de las estaciones que conforman la red actual del STC Metro.

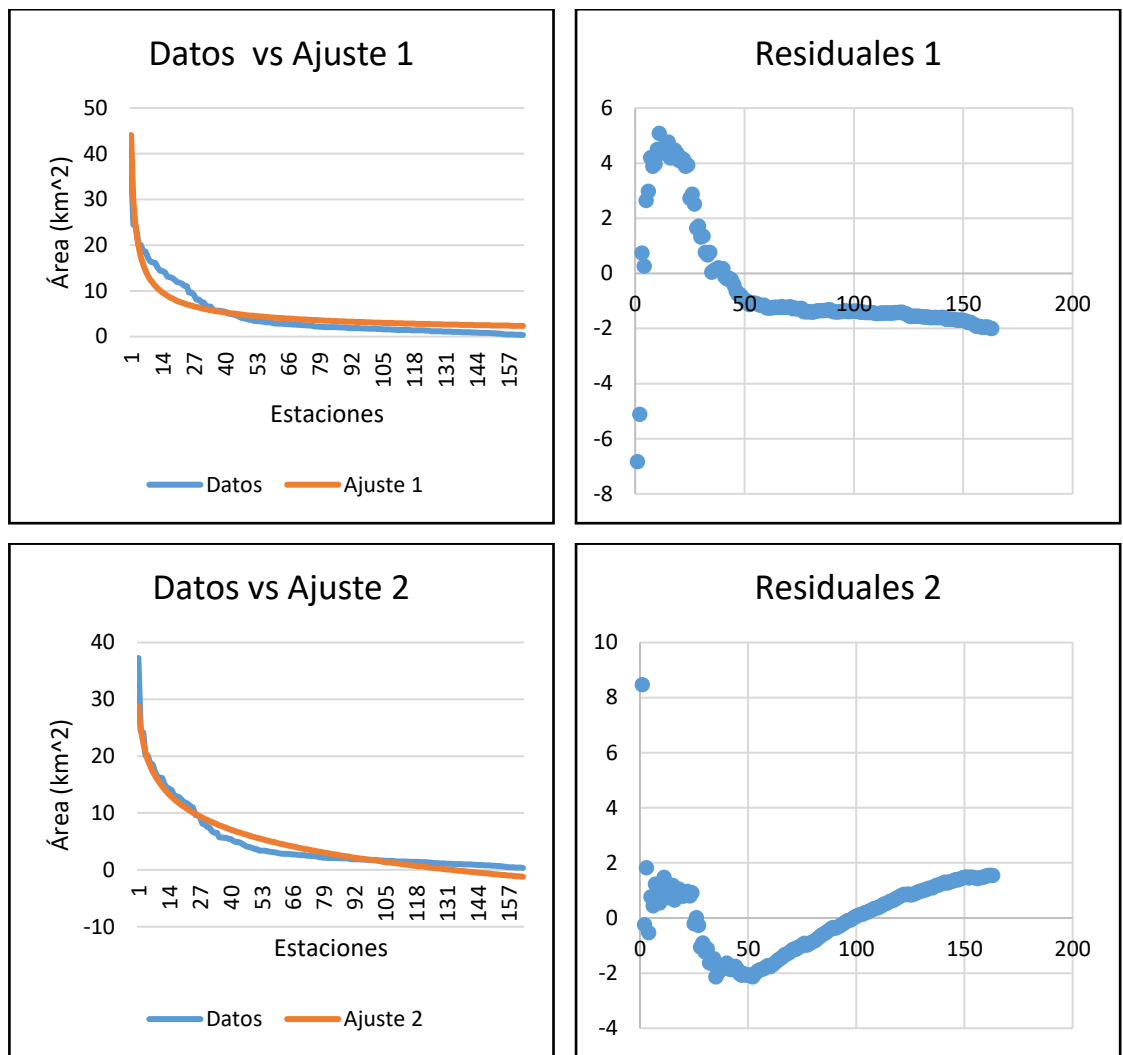


Figura 20: Gráficas con ajuste de la red actual del Metro

En las gráficas anteriores, se muestran los datos de las áreas de las estaciones que conforman la actual Red del Metro, así como del ajuste de la función propuesta que fue  $y = ax^b$ , donde se encontraron los siguientes valores (ajuste 1):

**$a_1=44.106$**

**$b_1=-0.576131$**

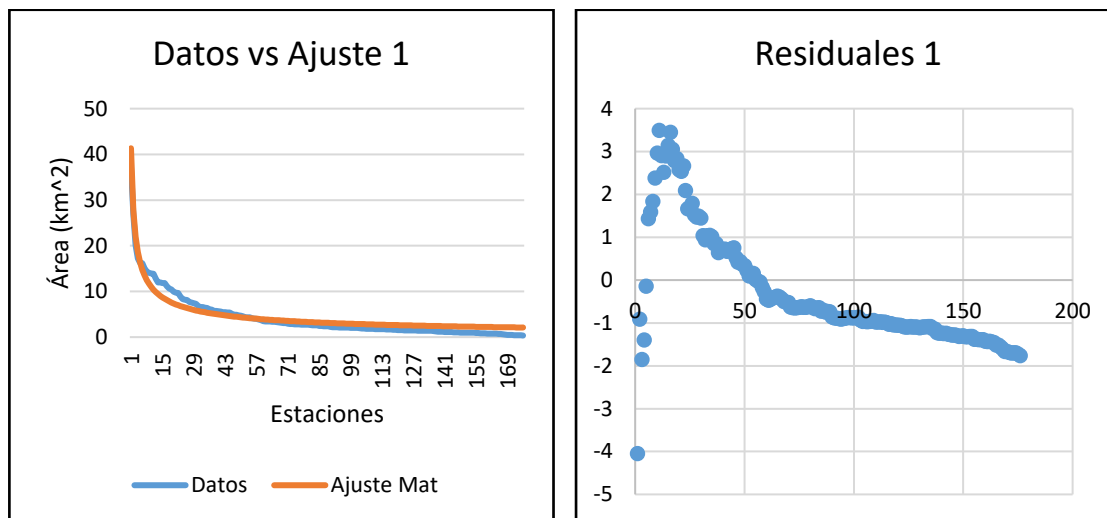
**$y_i = 44.106x^{-0.576131}$**

El ajuste 2 se realizó con la función brindada por Excel, la cual fue  **$y = -5.892\ln(x) + 28.806$**

Como se puede apreciar en las gráficas de residuales de la derecha, la distribución de los residuales en la gráfica sigue un patrón más claro en la gráfica 1, la curva que se forma al inicio de esta gráfica explica por qué en la gráfica de los datos vs ajuste 1, existen una serie de valores que difieren mucho de los valores reales a los valores ajustados, a diferencia de la 2, donde el patrón es un poco menos homogéneo, a pesar de esto, ninguno de los dos ajustes es tan bueno, pero por las gráficas se puede concluir que el ajuste 2 es un mejor ajuste para estos datos.

Al calcular el valor de  $R^2$  (que es el coeficiente de correlación al cuadrado o coeficiente de determinación), se obtuvo que para el ajuste 1,  $R^2= 0.883109238$  y para el ajuste 2  $R^2= 0.942677269$ , con lo cual se concluyó que la mejor función era la brindada por Excel (ajuste 2).

La segunda gráfica se elaboró tomando en cuenta la primera línea propuesta para la ampliación de la red.



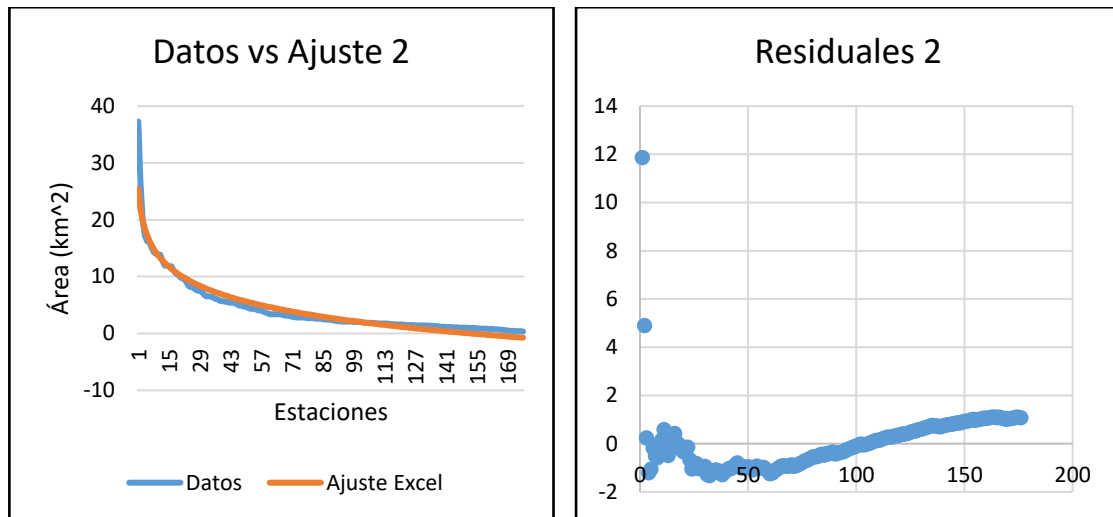


Figura 21: Gráfica con ajuste de la red actual del Metro más primera línea propuesta

En las gráficas anteriores, se muestran los datos de las áreas de las estaciones que conforman la actual Red del Metro más las estaciones de la primera línea propuesta, así como del ajuste encontrado en Excel de la función propuesta que fue  $y = ax^b$ , donde se encontraron los siguientes valores (ajuste 1):

$$a_2=41.3259$$

$$b_2=-0.575646$$

$$y_2 = 41.3259x^{-0.575646}$$

El ajuste 2 se realizó con la función propuesta por Excel, la cual fue  $y = -5.057\ln(x) + 25.412$

Como se puede apreciar en las gráficas de la derecha, la distribución de los residuales en la gráfica sigue un patrón más claro en la gráfica 1, donde al igual que en las primeras gráficas, se puede apreciar una curva al inicio de la gráfica de residuales 1, que explica el porqué de los datos reales y los datos ajustados en un punto distan mucho unos de otros, a diferencia de la 2, donde el patrón es un poco menos homogéneo, a pesar de esto, ninguno de los dos ajustes es tan bueno, pero por las gráficas se puede concluir que el ajuste 2 es un mejor ajuste para estos datos.

Al calcular el valor de  $R^2$ , se obtuvo que para el ajuste 1,  $R^2= 0.934406573$  y para el ajuste 2  $R^2= 0.936688328$ , con lo cual se concluyó que la mejor función era la brindada por Excel (ajuste 2), aunque a diferencia de los valores de las primeras gráficas, estos valores de  $R^2$  son muy parecidos.

Se procedió a realizar las gráficas de la red actual más las estaciones de la segunda línea propuesta.

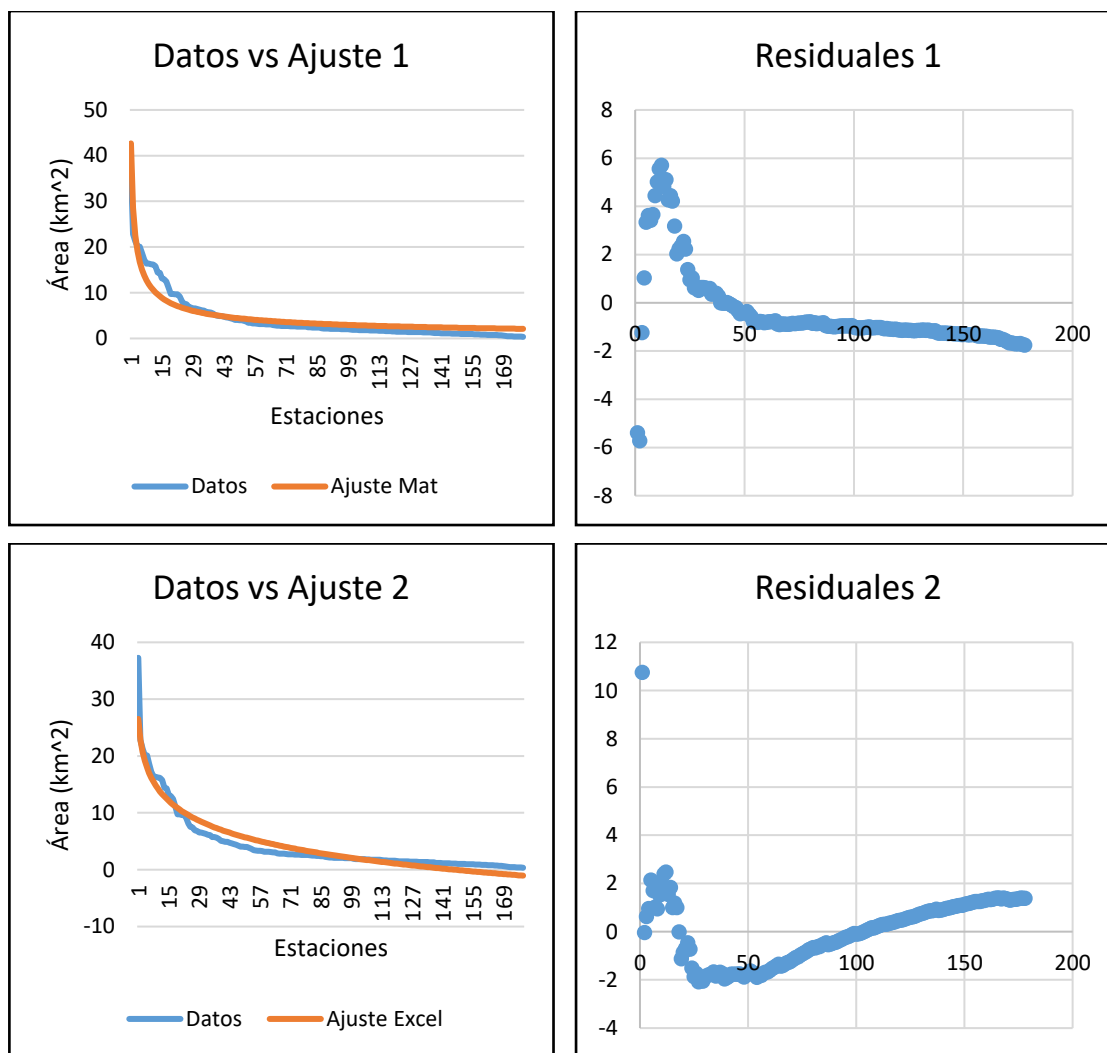


Figura 22: Gráfica con ajuste de la red actual del Metro más segunda línea propuesta

En las gráficas anteriores, se muestran los datos de las áreas de las estaciones que conforman la actual Red del Metro más las estaciones de la segunda línea propuesta, así como del ajuste de la función propuesta que fue  $y = ax^b$ , donde se encontraron los siguientes valores (ajuste 1):

$$a_3=42.6749806$$

$$b_3=-0.58067516$$

$$y_3 = 42.6749x^{-0.5806}$$

El ajuste 2 se realizó con la función encontrada por Excel, la cual fue  $y = -5.319\ln(x) + 26.522$

Como se puede apreciar en las gráficas de la derecha, la distribución de los residuales en la gráfica sigue un patrón más claro en la gráfica 1, a diferencia de la 2, donde el patrón es un poco menos homogéneo, en este caso se puede observar que ambas gráficas de residuales tienen una curva al inicio de ellas (aunque es notorio que la primera curva es más grande que la segunda), lo cual explica el porqué de los datos reales y los datos ajustados en un punto distan mucho unos de otros, en el primer caso los datos ajustados quedan por encima de los reales y en el segundo caso quedan un poco por debajo, a pesar de esto, ninguno de los dos ajustes es tan bueno, pero por las gráficas se puede concluir que el ajuste 2 es un mejor ajuste para estos datos.

Al calcular el valor de  $R^2$ , se obtuvo que para el ajuste 1,  $R^2= 0.902841478$  y para el ajuste 2  $R^2= 0.948823326$ , con lo cual se concluyó que la mejor función era la brindada por Excel (ajuste 2).

A continuación se realizaron las gráficas con las estaciones de la red actual más ambas propuestas de líneas.

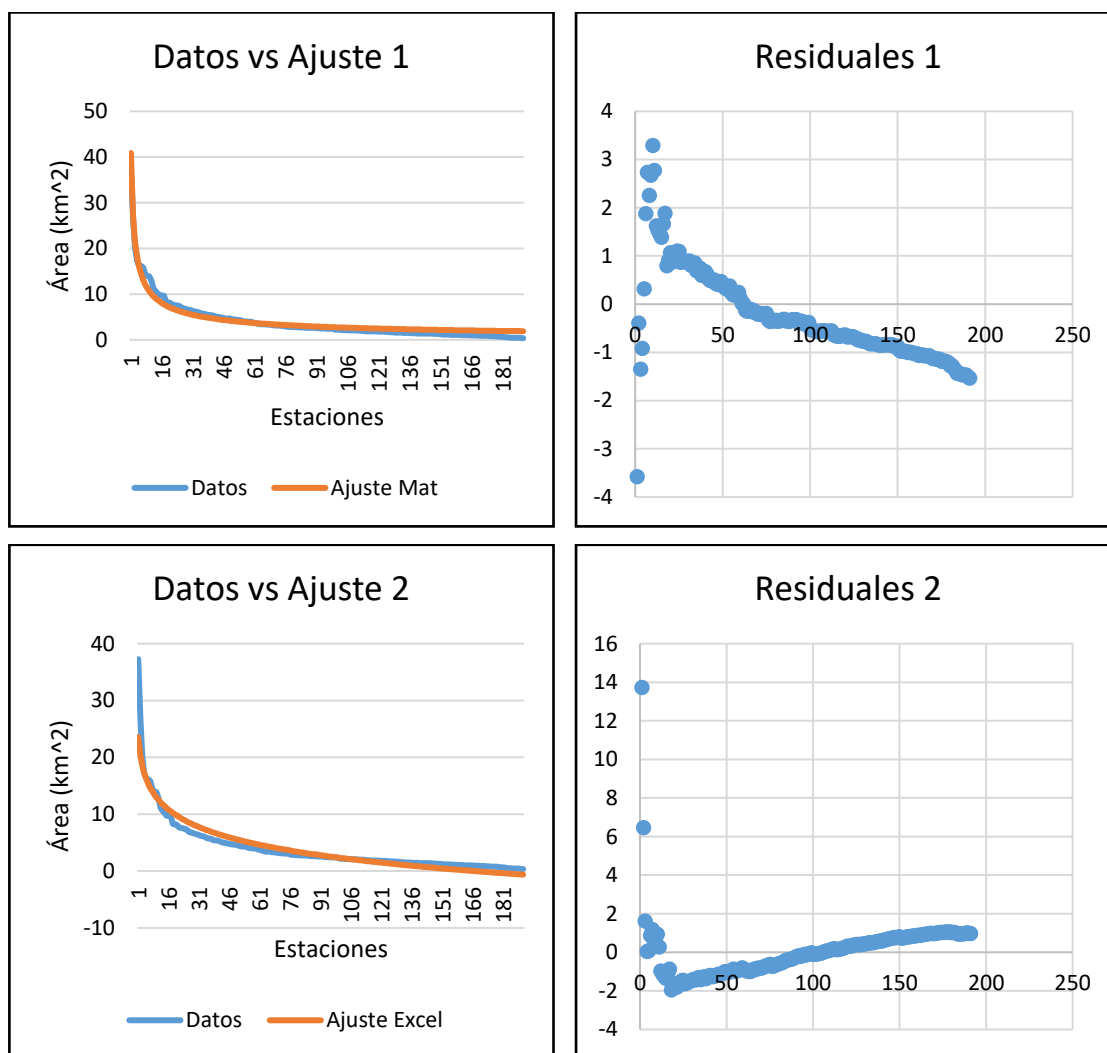


Figura 23: Gráfica con ajuste de la red actual del Metro más ambas líneas propuestas

En las gráficas anteriores, se muestran los datos de las áreas de las estaciones que conforman la actual Red del Metro más las estaciones de ambas líneas propuestas, así como del ajuste de la función propuesta que fue  $y = ax^b$ , donde se encontraron los siguientes valores (ajuste 1):

$$a_4=40.8546$$

$$b_4=-0.58649$$

$$y_4 = 40.8546x^{-0.58649}$$

El ajuste 2 se realizó con la función brindada por Excel, la cual fue  $y = -4.602\ln(x) + 23.545$

Como se puede apreciar en las gráficas de la derecha, la distribución de los residuales en la gráfica sigue un patrón más claro en la gráfica 2, a diferencia de la 1, donde el patrón es un poco menos homogéneo, a pesar de esto, ninguno de los dos ajustes es tan bueno, pero por las gráficas se puede concluir que el ajuste 1 es un mejor ajuste para estos datos.

Al calcular el valor de  $R^2$ , se obtuvo que para el ajuste 1,  $R^2= 0.961185821$  y para el ajuste 2  $R^2= 0.905855333$ , con lo cual se concluyó que la mejor función era la brindada por la función propuesta  $y = ax^b$ .

La quinta gráfica se realizó tomando en cuenta cada una de las estaciones que conforman la red actual del STC Metro, pero eliminando las cinco estaciones consideradas como "terminales" con más área, esto con el propósito de eliminar los valores más grandes que producen una gran diferencia a la hora de graficar y realizar los ajustes de dichos datos.

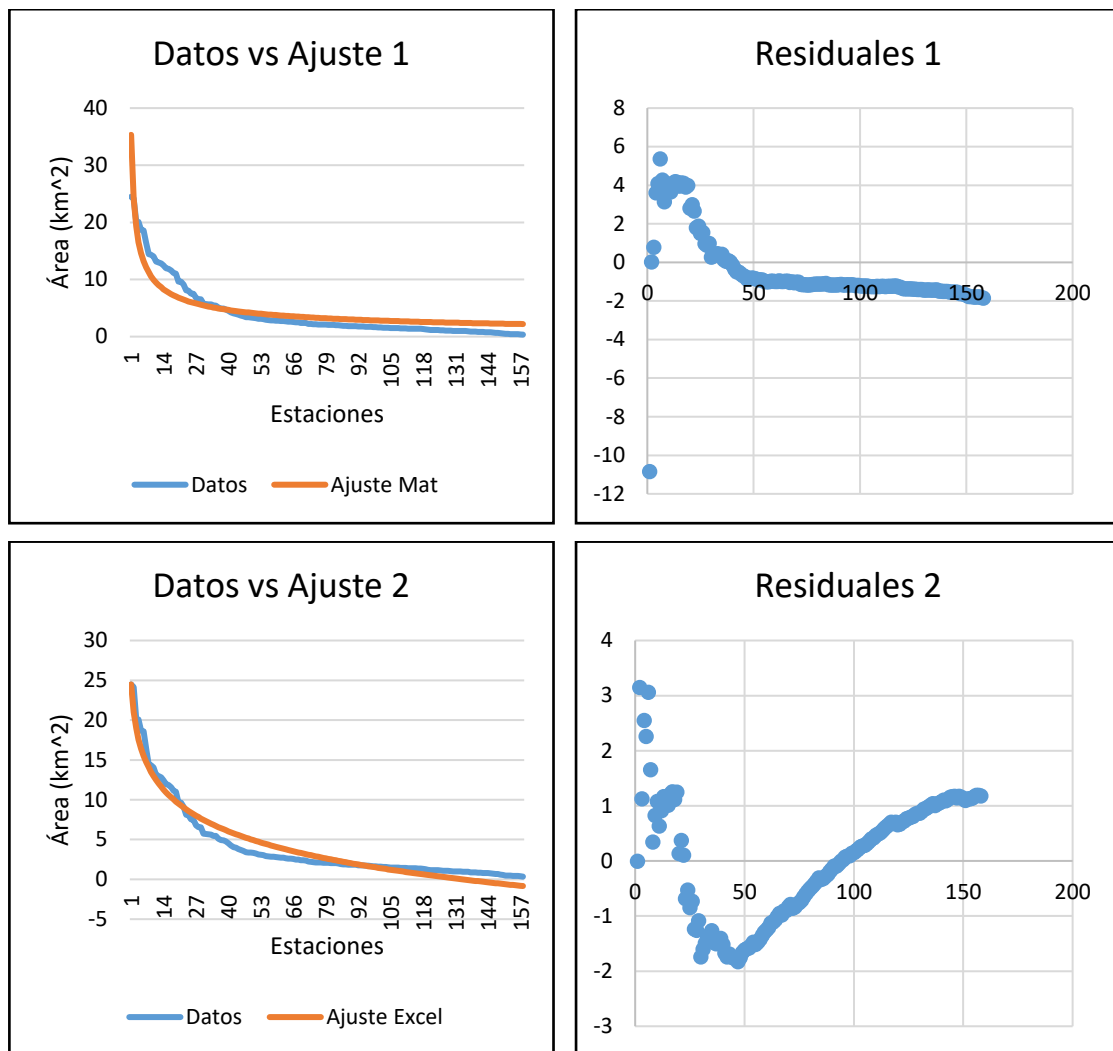


Figura 24: Gráfica con ajuste de la red actual del Metro menos 5 estaciones terminales

En las gráficas anteriores, se muestran los datos de las áreas de las estaciones que conforman la actual Red del Metro menos las cinco estaciones terminales de mayor área, así como del ajuste de la función propuesta que fue  $y = ax^b$ , donde se encontraron los siguientes valores (ajuste 1):

$$a_5 = 35.3163$$

$$b_5 = -0.549119$$

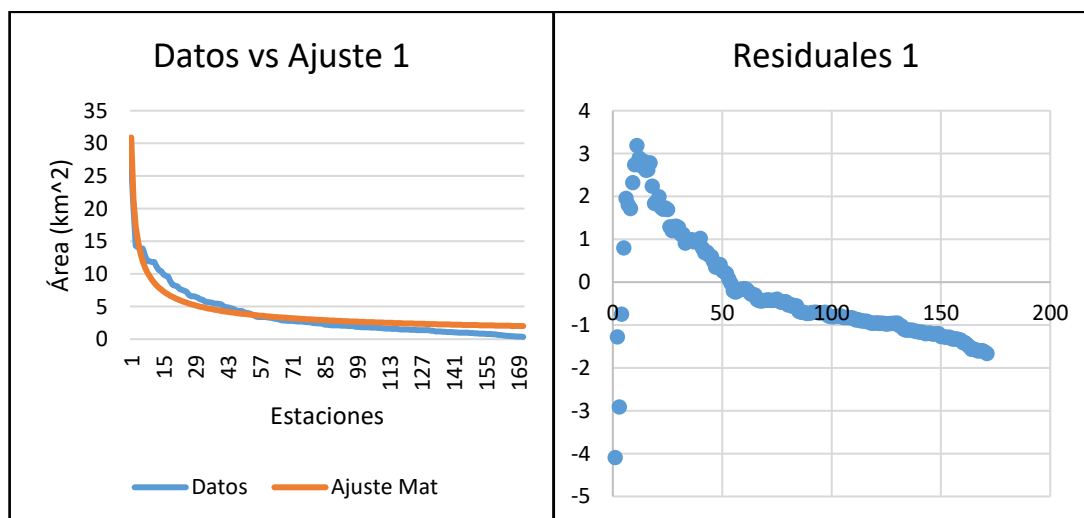
$$y_5 = 35.3163x^{-0.549119}$$

El ajuste 2 se realizó con la función brindada por Excel, la cual fue  $y = -5.001\ln(x) + 24.483$

Como se puede apreciar en las gráficas de la derecha, la distribución de los residuales en la gráfica sigue un patrón más claro en la gráfica 1, donde al igual que en las primeras gráficas, se puede apreciar una curva al inicio de la gráfica de residuales 1, que explica el porqué de los datos reales y los datos ajustados en un punto distan mucho unos de otros, a diferencia de la 2, donde el patrón es un poco menos homogéneo, aunque también existen algunos valores que cambian mucho de los datos reales a los datos ajustados, como se puede ver en la gráfica 2 de la izquierda, por lo tanto ninguno de los dos ajustes es tan bueno, pero por las gráficas se puede concluir que el ajuste 2 es un mejor ajuste para estos datos.

Al calcular el valor de  $R^2$ , se obtuvo que para el ajuste 1,  $R^2= 0.855284006$  y para el ajuste 2  $R^2= 0.948742525$ , con lo cual se concluyó que la mejor función era la brindada por la función obtenida por Excel.

La sexta gráfica se elaboró tomando en cuenta la primera línea propuesta para la ampliación de la red, menos las cinco estaciones terminales con más área.



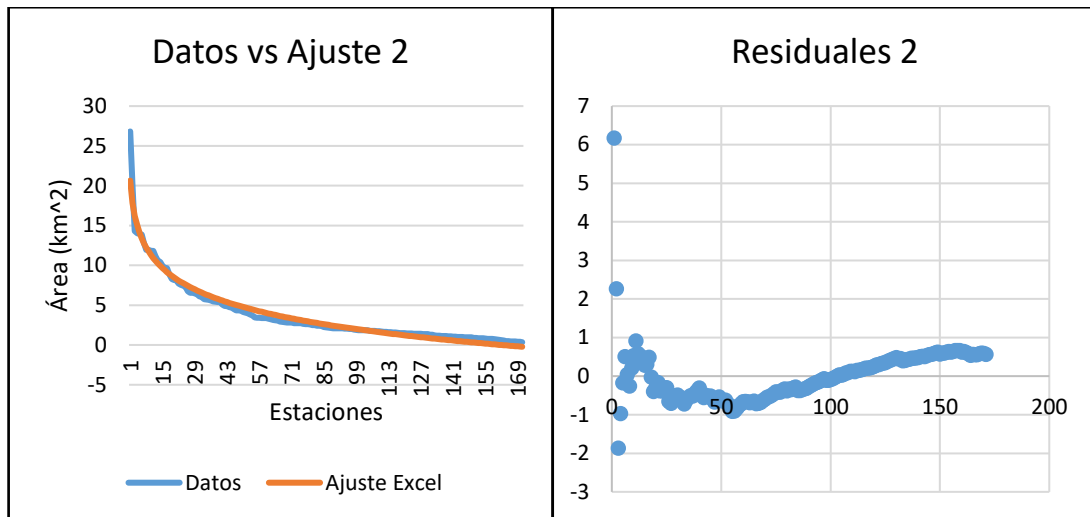


Figura 25: Gráfica con ajuste de la red actual del Metro más primera línea propuesta menos 5 estaciones terminales

En las gráficas anteriores, se muestran los datos de las áreas de las estaciones que conforman la actual Red del Metro más la primera línea propuesta, eliminando las cinco estaciones terminales con mayor área, así como del ajuste de la función propuesta que fue  $y = ax^b$ , donde se encontraron los siguientes valores (ajuste 1):

$$a_6 = 30.9061$$

$$b_6 = -0.531559$$

$$y_6 = 30.9061x^{-0.531559}$$

El ajuste 2 se realizó con la función brindada por Excel, la cual fue  $y = -4.059\ln(x) + 20.643$

Como se puede apreciar en las gráficas de residuales de la derecha, la distribución de los residuales en la gráfica sigue un patrón más claro en la gráfica 1, la curva que se forma al inicio de esta gráfica explica por qué en la gráfica de los datos vs ajuste 1, existen una serie de valores que difieren mucho de los valores reales a los valores ajustados, a diferencia de la 2, donde el patrón es un poco menos homogéneo, a pesar de esto, ninguno de los dos ajustes es tan bueno, pero por las gráficas se puede concluir que el ajuste 2 es un mejor ajuste para estos datos.

Al calcular el valor de  $R^2$ , se obtuvo que para el ajuste 1,  $R^2= 0.90932583$  y para el ajuste 2  $R^2= 0.96667205$ , con lo cual se concluyó que la mejor función era la brindada por el ajuste 2.

Se procedió a realizar las gráficas de la red actual más las estaciones de la segunda línea propuesta, menos las cinco estaciones terminales con mayor área.

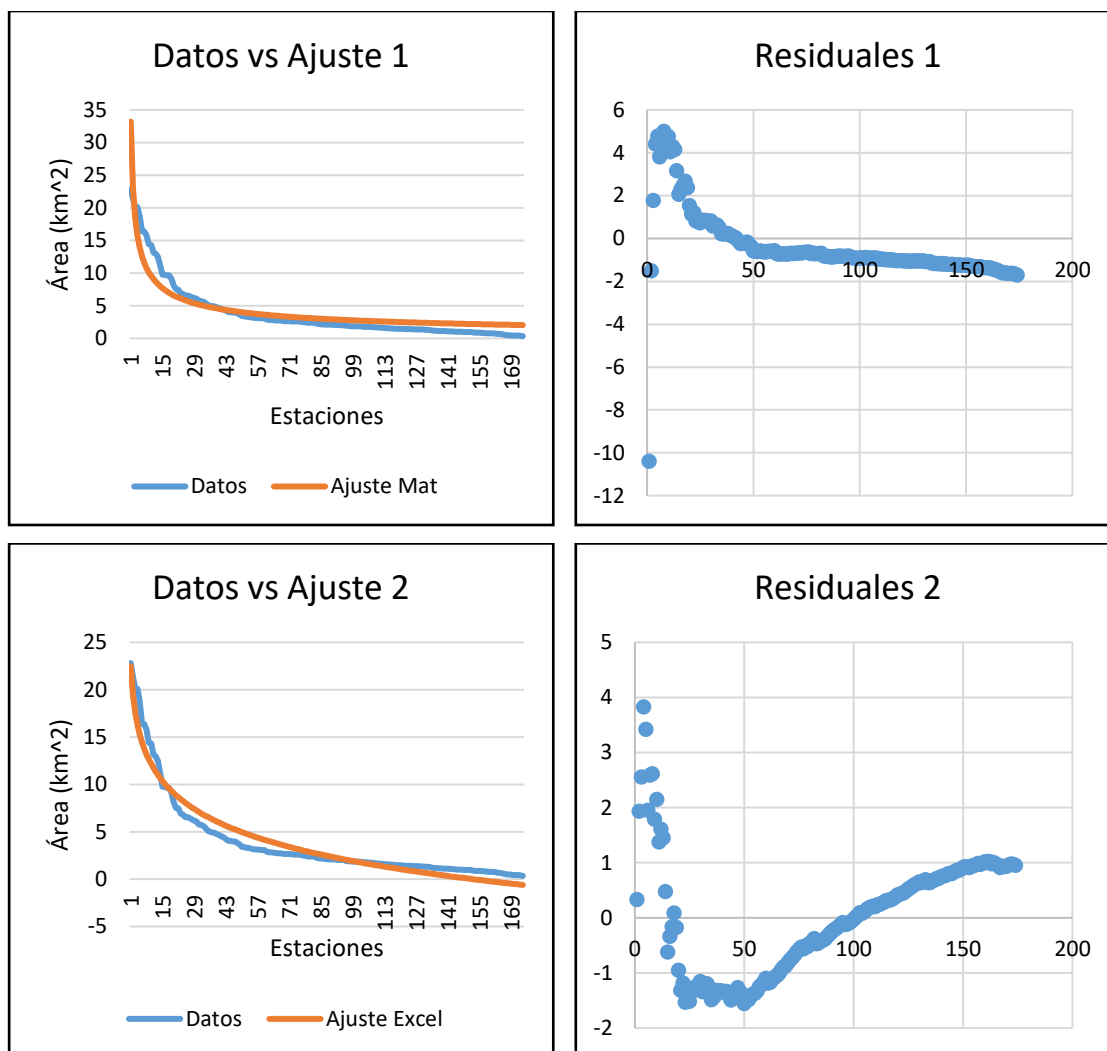


Figura 26: Gráfica con ajuste de la red actual del Metro más segunda línea propuesta menos 5 estaciones terminales

En las gráficas anteriores, se muestran los datos de las áreas de las estaciones que conforman la actual Red del Metro más la segunda línea propuesta, eliminando las cinco estaciones terminales con más área, así como del ajuste de la función propuesta que fue  $y = ax^b$ , donde se encontraron los siguientes valores (ajuste 1):

$$a_7=33.1971$$

$$b_7=-0.540217$$

$$y_7 = 33.1971x^{-0.540217}$$

El ajuste 2 se realizó con la función brindada por Excel, la cual fue  $y = -4.474\ln(x) + 22.471$

Como se puede apreciar en las gráficas de residuales de la derecha, la distribución de los residuales en la gráfica sigue un patrón más claro en la gráfica 1, la curva que se forma al inicio de esta gráfica explica por qué en la gráfica de los datos vs ajuste 1, existen una serie de valores que difieren mucho de los valores reales a los valores ajustados, a diferencia de la 2, donde el patrón es un poco menos homogéneo, pero aun así, existen muchos datos ajustados que difieren notablemente de los datos reales, es por esto que ninguno de los dos ajustes es bueno, pero por las gráficas se puede concluir que el ajuste 2 es un mejor ajuste para estos datos.

Al calcular el valor de  $R^2$ , se obtuvo que para el ajuste 1,  $R^2= 0.866336707$  y para el ajuste 2  $R^2= 0.940932416$ , con lo cual se concluyó que la mejor función era la brindada por el ajuste 2.

A continuación se realizaron las gráficas con las estaciones de la red actual más ambas propuestas de líneas, menos las cinco estaciones terminales con mayor área.

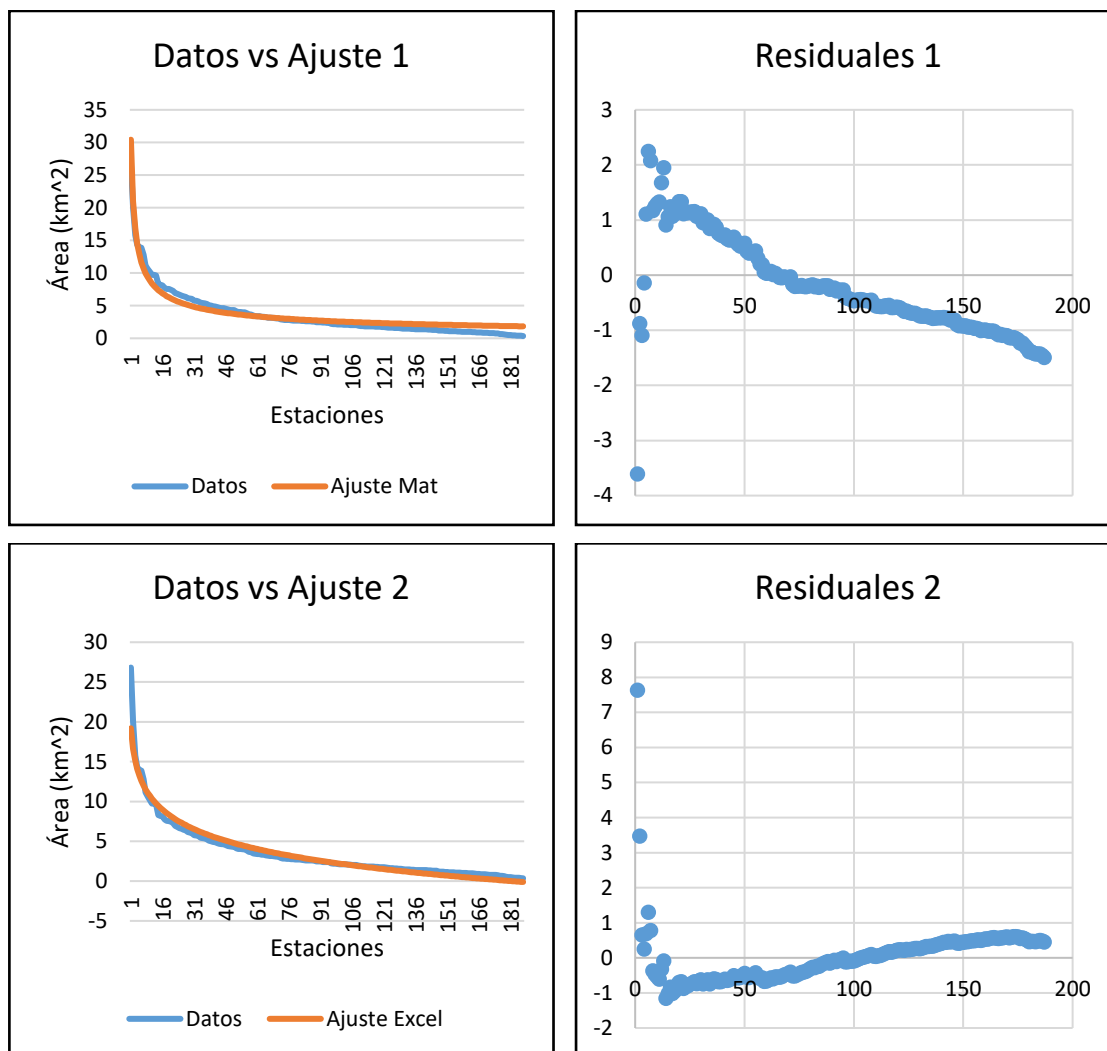


Figura 27: Gráfica con ajuste de la red actual del Metro más ambas líneas propuestas menos cinco estaciones terminales

En las gráficas anteriores, se muestran los datos de las áreas de las estaciones que conforman la actual Red del Metro más ambas líneas propuestas, menos las cinco estaciones terminales de mayor área, así como del ajuste encontrado en Excel de la función propuesta que fue  $y = ax^b$ , donde se encontraron los siguientes valores (ajuste 1):

$$a_8=30.425$$

$$b_8=-0.536424$$

$$y_8 = 30.425x^{-0.536424}$$

El ajuste 2 se realizó con la función propuesta por Excel, la cual fue  $y = -3.689\ln(x) + 19.189$

Como se puede apreciar en las gráficas de la derecha, la distribución de los residuales en la gráfica sigue un patrón más claro en la gráfica 1, a diferencia de la 2, donde el patrón es un poco menos homogéneo, a pesar de esto, ninguno de los dos ajustes es tan bueno, ya que ambos son muy parecidos, pero se puede concluir que el ajuste 2 es un mejor ajuste para estos datos.

Al calcular el valor de  $R^2$ , se obtuvo que para el ajuste 1,  $R^2= 0.945556053$  y para el ajuste 2  $R^2= 0.951658397$ , con lo cual se concluyó que la mejor función era la brindada por Excel (ajuste 2).

Para la realización de la siguiente tabla se tomaron en cuenta los 8 escenarios anteriores, los cuales se describen a continuación:

Escenario 1: Red actual del Metro

Escenario 2: Red actual del Metro más primera línea propuesta

Escenario 3: Red actual del Metro más segunda línea propuesta

Escenario 4: Red actual del Metro más ambas líneas propuestas

Escenario 5: Red actual del Metro menos las 5 estaciones terminales de mayor área

Escenario 6: Red actual del Metro más primera línea propuesta menos las 5 estaciones terminales de mayor área

Escenario 7: Red actual del Metro más segunda línea propuesta menos las 5 estaciones terminales de mayor área

Escenario 8: Red actual del Metro más ambas líneas propuestas menos las 5 estaciones terminales de mayor área

Escenario	Valor de a	Valor de b	Valor de a'	Valor de b'	R <sup>2</sup> ajuste 1	R <sup>2</sup> ajuste 2
1	44.106	-0.576	-5.892	28.806	0.883	0.943
2	41.326	-0.576	-5.057	25.412	0.932	0.937
3	42.675	-0.581	-5.319	26.522	0.903	0.949
4	40.855	-0.586	-4.602	23.545	0.961	0.906
5	35.316	-0.549	-5.001	24.483	0.855	0.949
6	30.906	-0.532	-4.059	20.643	0.909	0.967
7	33.197	-0.540	-4.447	22.471	0.866	0.941
8	30.425	-0.536	-3.689	19.189	0.946	0.952

Tabla 5: Valores de a, b, a', b' y R<sup>2</sup> calculados en Excel

El valor de R<sup>2</sup> mostrado en la tabla anterior, permite saber cuál modelo se ajusta mejor a las áreas, sin embargo, no es posible determinar sólo con esto cuál es la mejor propuesta para la red, por lo que es importante tomar en cuenta otros factores.

Con la ayuda del software Wolfram Mathematica se volvió a realizar el cálculo de los valores de  $a$  y  $b$  de nuestra función propuesta  $y = ax^b$ , para comparar con los valores obtenidos al realizar el ajuste y cálculo de dichos valores en Excel. Se obtuvieron los siguientes valores:

Escenario	Valor de a	Valor de b
1	44.106	-0.576
2	41.326	-0.576
3	42.675	-0.581
4	40.855	-0.586
5	35.316	-0.549
6	30.906	-0.532
7	33.197	-0.540
8	30.425	-0.536

*Tabla 6: Valores calculados por medio del software Wolfram Mathematica*

Como se puede observar en la tabla 6, los valores de  $a$  y  $b$  obtenidos con Wolfram Mathematica son idénticos a los valores obtenidos por medio de Excel, con esto se puede decir que el ajuste realizado a la función propuesta  $y = ax^b$  es correcto.

Escenario	Área promedio (km <sup>2</sup> )
1	4.56
2	4.22
3	4.17
4	3.89
5	4.06
6	3.75
7	3.77
8	3.51

*Tabla 7: Área promedio de los polígonos de Voronoi por escenario*

Como se puede apreciar en la tabla 7, el escenario con la menor área promedio para los polígonos de Voronoi es el escenario donde se toman en cuenta ambas líneas propuestas para la red del Metro.

Otro aspecto que se consideró importante fue la relación entre la densidad poblacional y las regiones en los mapas de Voronoi. Fue así que se procedió a cargar dentro de QGis la información relevante a la población y densidad poblacional en la ZMVM, para que a partir de esto se pudieran generar los mapas correspondientes a cada uno de los escenarios planteados con anterioridad y así poder ver de manera gráfica cómo se modifica o altera la distribución de la densidad poblacional y de la población en cada uno de dichos escenarios.

El primero que se realizó fue el mapa con la red actual del STC, con lo cual se tiene un panorama general de la situación actual en cuanto al área de cobertura y las personas que son atendidas en cada una de las estaciones que existen actualmente.

El color azul simboliza un rango de población entre 8-97958 mil, el verde un rango entre 97958-399409 mil, el amarillo un rango entre 399409-956700 mil y el rojo un rango entre 956700-1610821 mil.

### Población total de la red actual del Metro

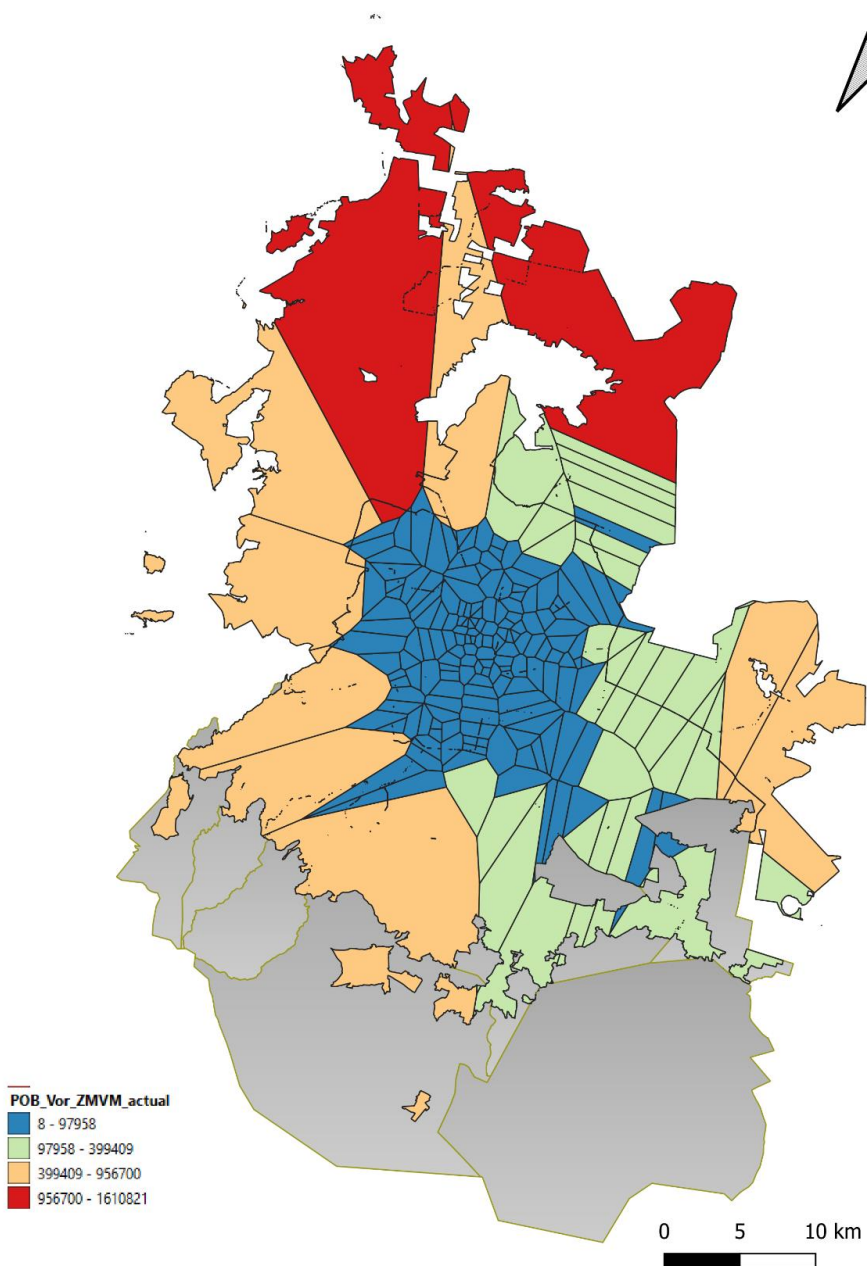


Figura 28: Mapa con población total de la red actual

Posteriormente se elaboró el mapa con la primera propuesta de línea del Metro, donde se pudo observar que muchas de las áreas de la zona suroriente del mapa anterior, cambiaron su área y por lo tanto también la población dentro de las mismas, generando con esto una disminución en la saturación de personas atendidas en dichas áreas, como se muestra a continuación. El color azul simboliza un rango de población entre 8-97958 mil, el verde un rango entre 97958-328402 mil, el amarillo un rango entre 328402-956354 mil y el rojo un rango entre 956354-1611798 mil.

Población total de la red actual del Metro más primera línea propuesta

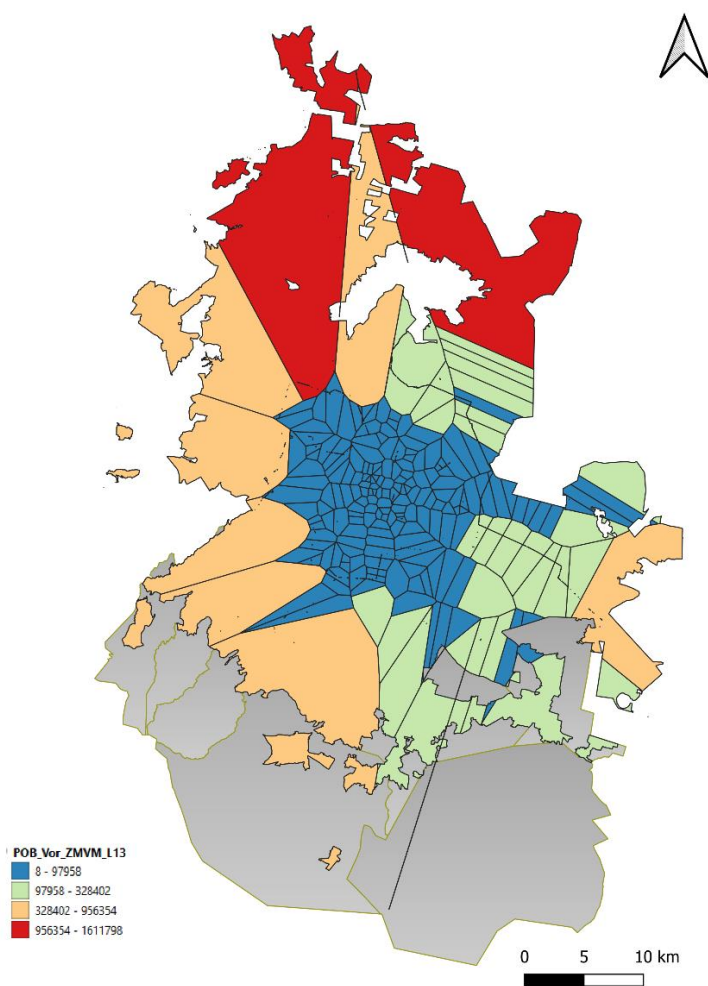
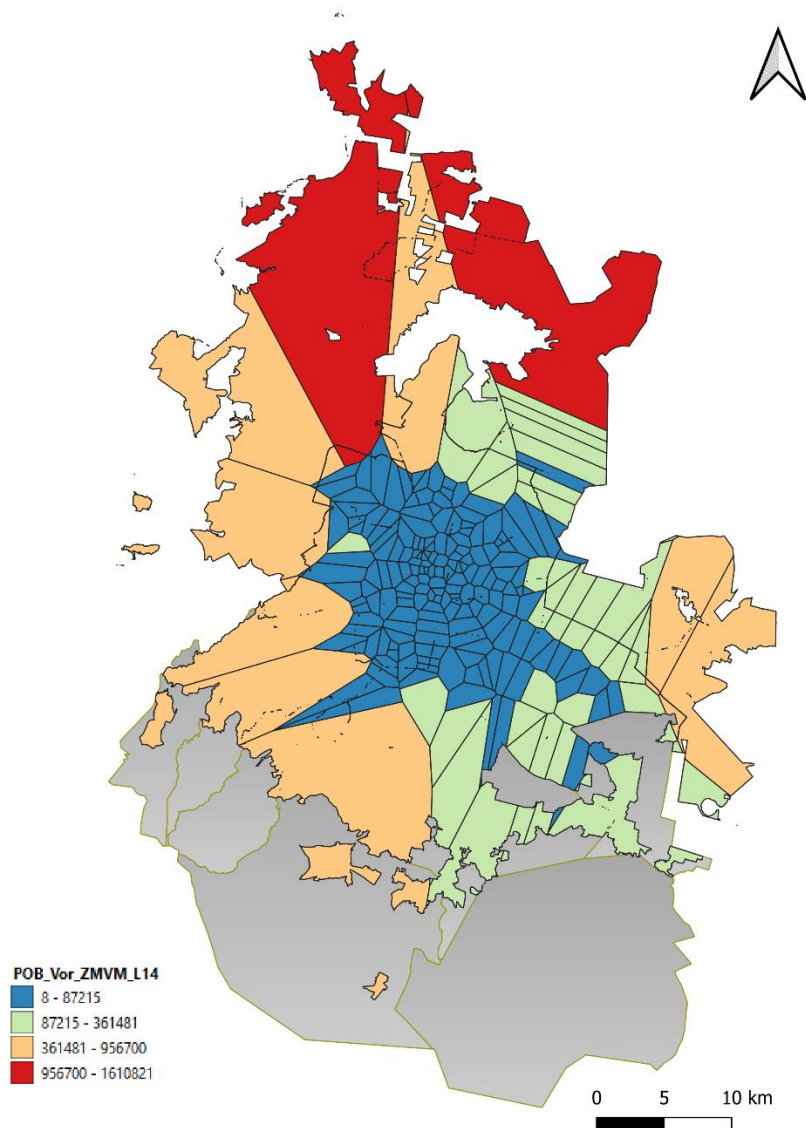


Figura 29: Mapa con población total de la red actual, más primera propuesta

Se procedió a realizar lo mismo con la segunda propuesta de línea de Metro, con lo que se pudo notar un cambio, pero esta vez en la zona sur menos cercana al oriente, como se puede apreciar a continuación. El color azul simboliza un rango de población entre 8-87215 mil, el verde un rango entre 87215-361481 mil, el amarillo un rango entre 361481-956700 mil y el rojo un rango entre 956700-1610821 mil.

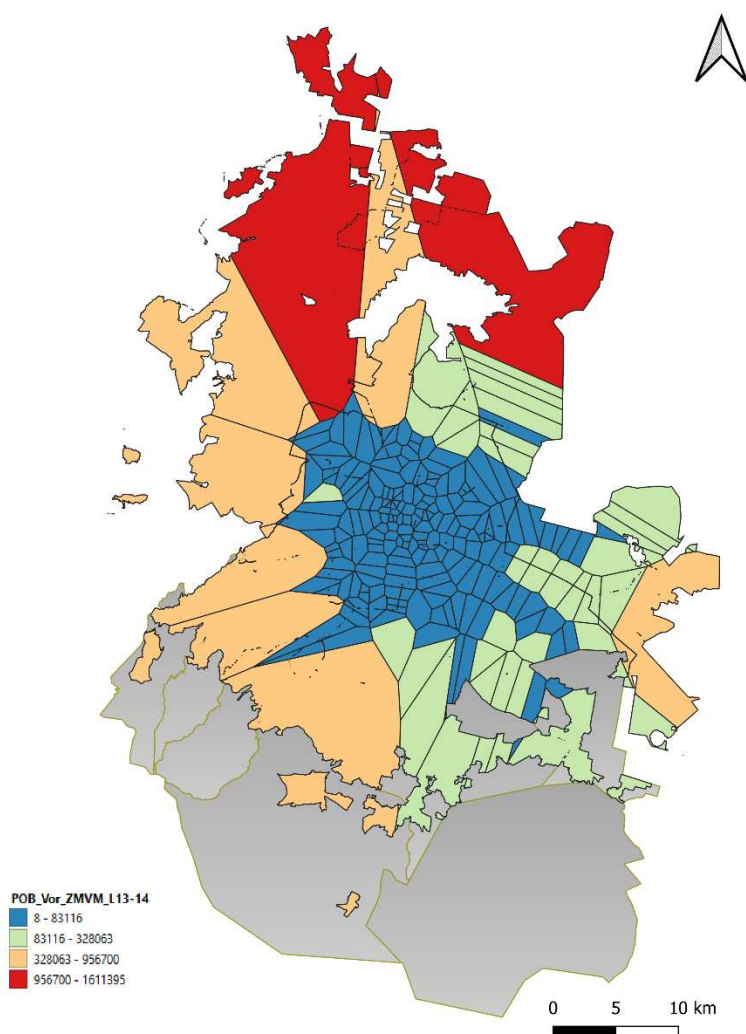
**Población total de la red actual del Metro  
más segunda línea propuesta**



*Figura 30: Mapa con población total de la red actual, más segunda propuesta*

Para finalizar, se elaboró el mapa con las dos líneas propuestas, en el cual se puede observar un cambio más notorio en las áreas de cobertura de cada estación, donde se pasa de una zona suroriental pintada de verde y naranja, a una zona donde predomina el azul, el cual significa menor población por polígono de Voronoi, a continuación se puede ver el resultado. El color azul simboliza un rango de población entre 8-83116 mil, el verde un rango entre 83116-328063 mil, el amarillo un rango entre 328063-956700 mil y el rojo un rango entre 956700-1611395 mil.

**Población total de la red actual del Metro  
más ambas líneas propuestas**



*Figura 31: Mapa con población total de la red actual, más ambas propuestas*

A continuación se presenta una comparación entre el mapa creado con la actual red del Metro y el mapa con las dos propuestas de nuevas líneas, para apreciar de forma más clara la diferencia existente entre uno y otro:

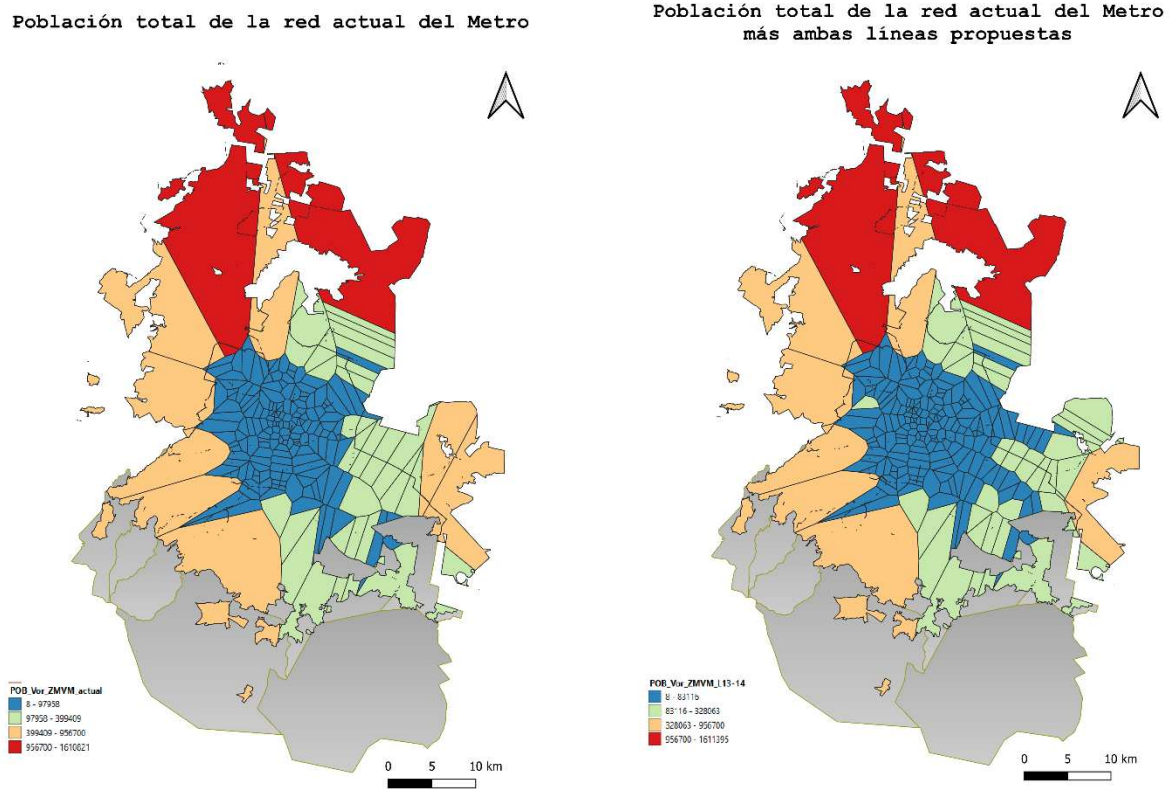


Figura 32: Comparación mapa red actual y mapa con ambas líneas propuestas

Después de la elaboración de los mapas de población, se procedió a elaborar otros mapas pero esta vez usando la densidad poblacional, ya que los mapas de población, no mostraban la realidad de la concentración poblacional ya que las áreas al centro son mucho más pequeñas que las áreas que se van acercando a la periferia.

El primer mapa de densidad poblacional se realizó tomando como base la red actual del STC Metro. En rojo se pueden observar las zonas con mayor densidad poblacional, las cuales se encuentran principalmente en el centro y sur oriente del mapa. El color azul simboliza un rango de densidad poblacional entre 49-9717 hab/km<sup>2</sup>, el verde un

rango entre 9717-14447 hab/km<sup>2</sup>, el amarillo un rango entre 14447-18136 hab/km<sup>2</sup> y el rojo un rango entre 18136-39892 hab/km<sup>2</sup>.

### Densidad poblacional red actual del Metro

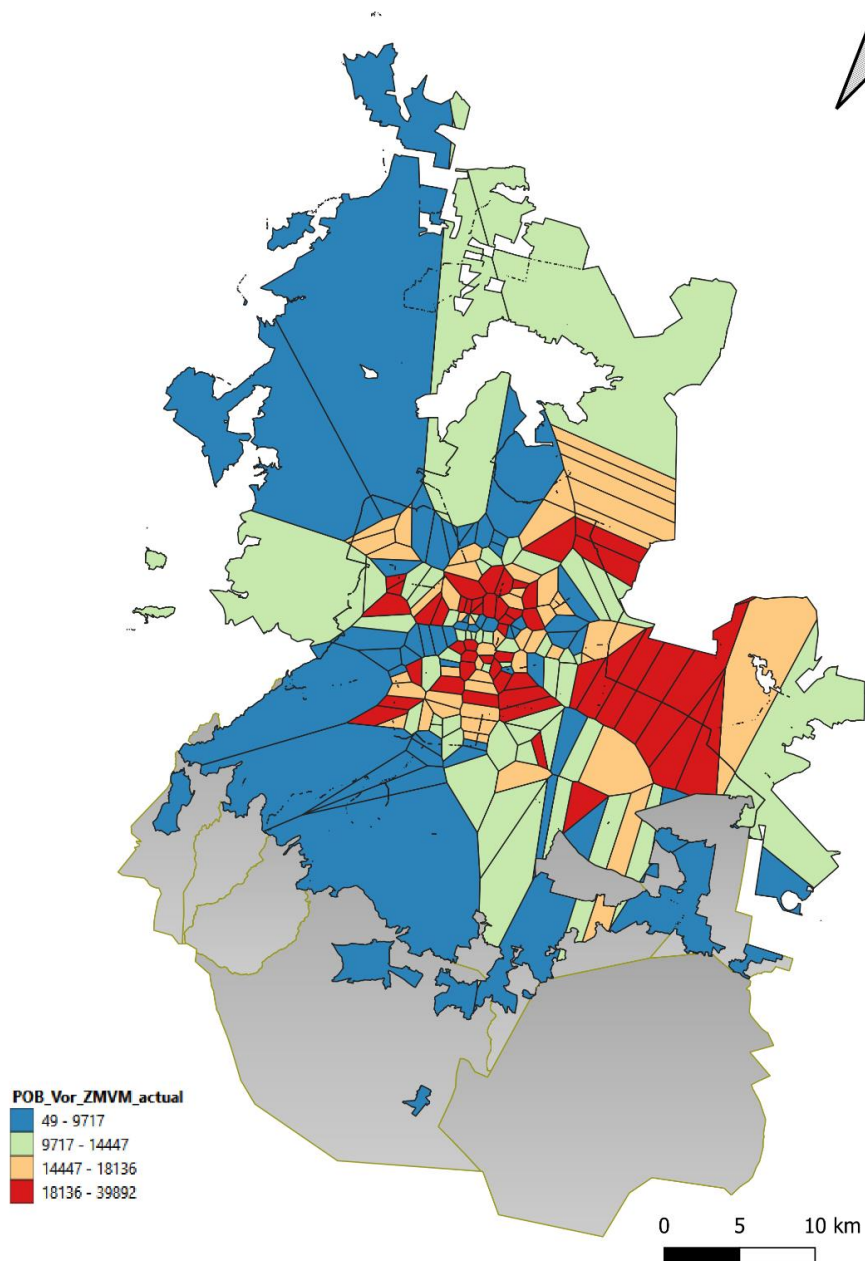


Figura 33: Mapa con densidad poblacional de la red actual

Posteriormente se procedió con la elaboración del mapa de densidad poblacional con la primera línea propuesta. Se puede ver que la densidad poblacional de la zona sur oriente se modificó un poco, pasando de tonos rojos a naranjas. El color azul simboliza un rango de densidad poblacional entre 49-9942 hab/km<sup>2</sup>, el verde un rango entre 9942-14647 hab/km<sup>2</sup>, el amarillo un rango entre 14647-18418 hab/km<sup>2</sup> y el rojo un rango entre 18418-39924 hab/km<sup>2</sup>.

Densidad poblacional red actual del Metro  
más primera línea propuesta

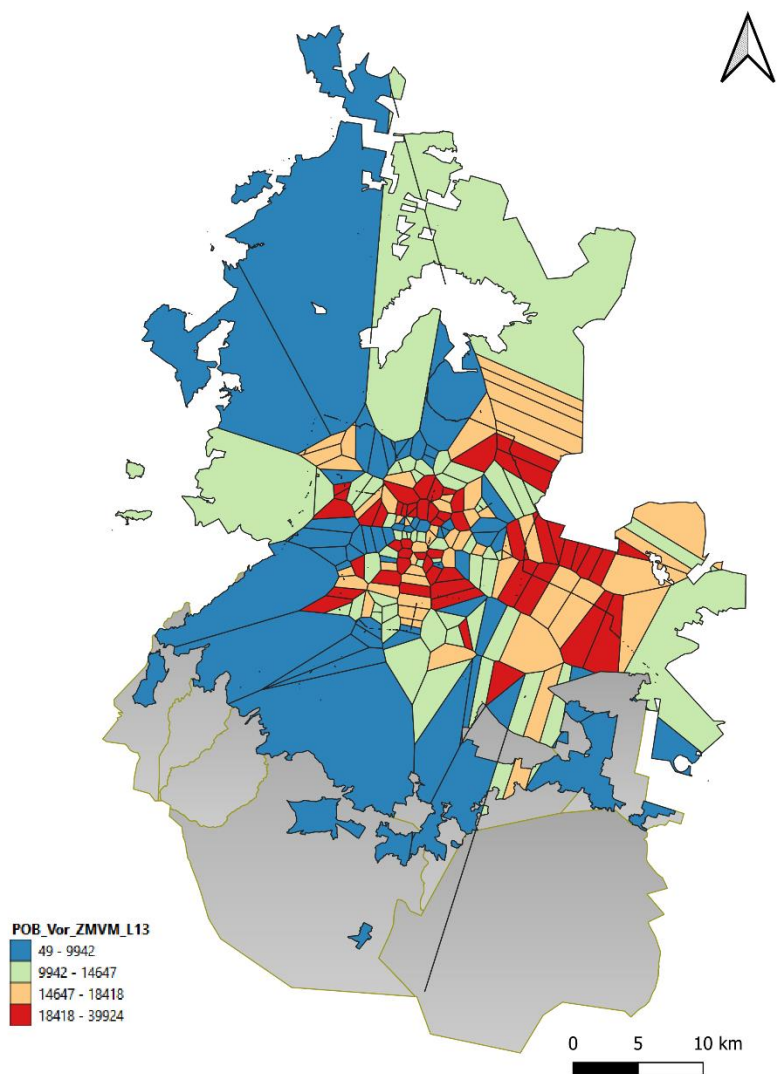
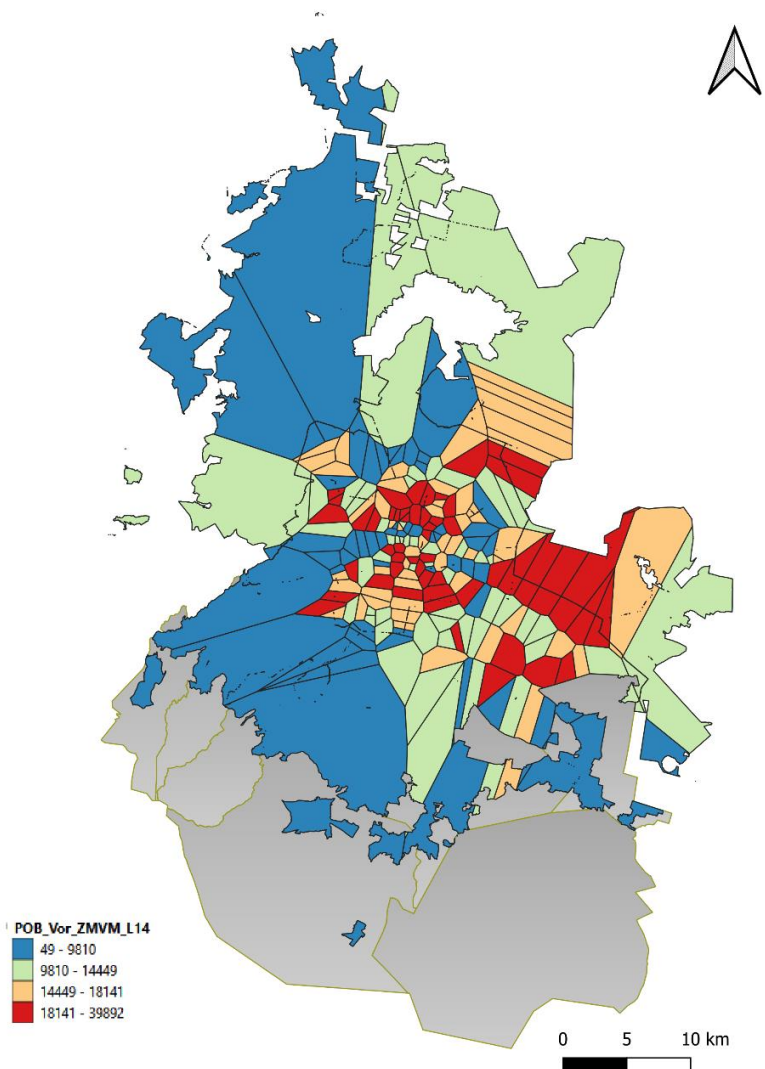


Figura 34: Mapa con densidad poblacional de la red actual, más primera propuesta

A continuación se procedió con la elaboración del mapa de densidad poblacional con la segunda línea propuesta. Se puede apreciar que los cambios en la zona no son tan notorios, pero son existentes. El color azul simboliza un rango de densidad poblacional entre 49-9810 hab/km<sup>2</sup>, el verde un rango entre 9810-14449 hab/km<sup>2</sup>, el amarillo un rango entre 14449-18141 hab/km<sup>2</sup> y el rojo un rango entre 18141-39892 hab/km<sup>2</sup>.

**Densidad poblacional red actual del Metro  
más segunda línea propuesta**



*Figura 35: Mapa con densidad poblacional de la red actual, más segunda propuesta*

Para finalizar se realizó el mapa de densidad poblacional de la red actual más la incorporación de ambas líneas propuestas, donde se puede ver que la distribución de la densidad poblacional en el área de estudio sufrió cambios considerables, al pasar del color rojo no sólo al naranja, sino también a áreas verdes y azules. El color azul simboliza un rango de densidad poblacional entre 49-10254 hab/km<sup>2</sup>, el verde un rango entre 10254-14602 hab/km<sup>2</sup>, el amarillo un rango entre 14602-18505 hab/km<sup>2</sup> y el rojo un rango entre 18505-39892 hab/km<sup>2</sup>.

Densidad poblacional red actual del Metro  
más ambas líneas propuestas

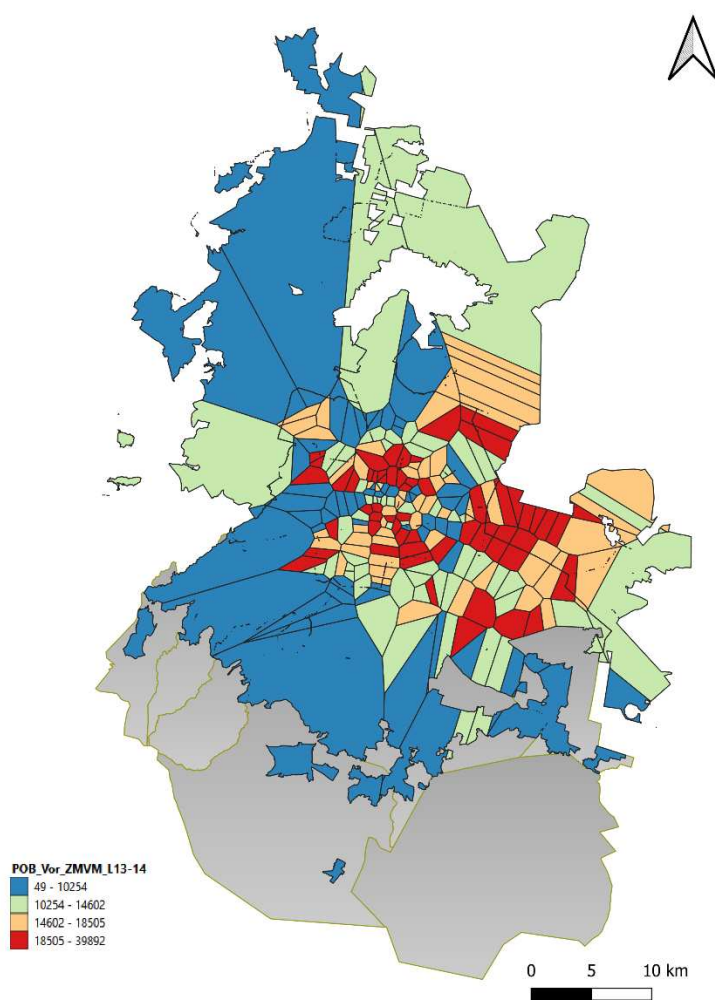
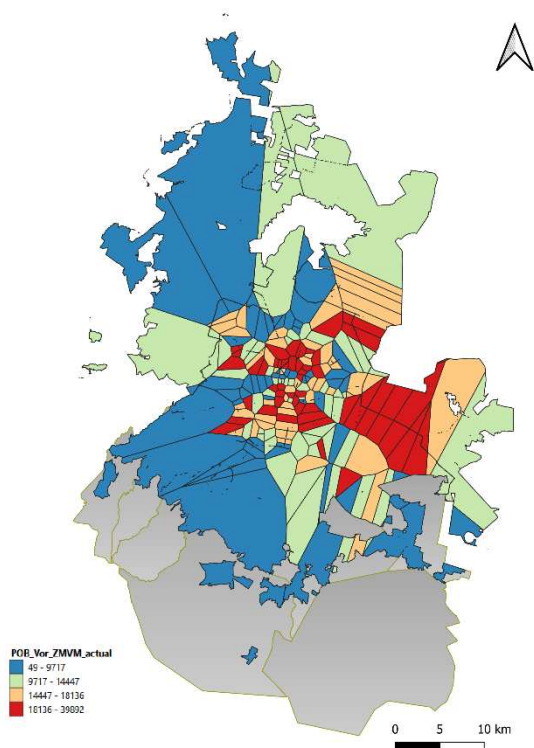


Figura 36: Mapa con densidad poblacional de la red actual, más ambas propuestas

A continuación se presenta tanto el mapa de densidad poblacional de la red actual del STC Metro y el mapa de densidad poblacional de la red actual más las dos líneas propuestas, para poder realizar un mejor comparativo en las diferencias entre ambas opciones.

Densidad poblacional red actual del Metro



Densidad poblacional red actual del Metro más ambas líneas propuestas

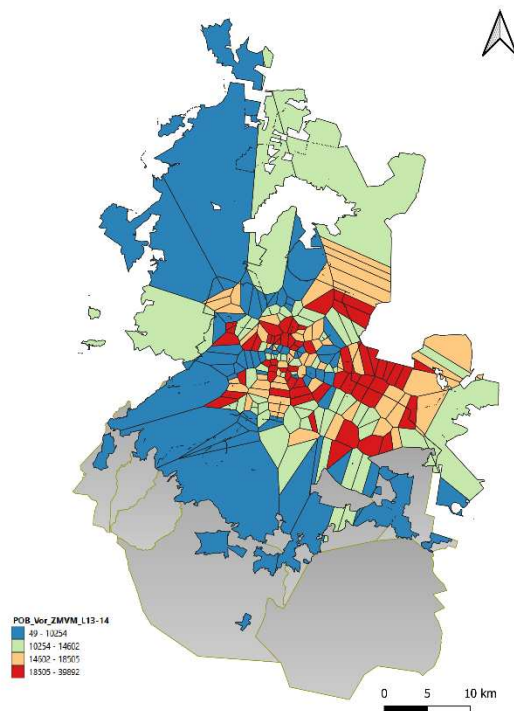


Figura 37: Comparación mapa red actual y mapa con líneas propuestas

Escenario	Densidad promedio (hab/km <sup>2</sup> )	Densidad promedio por estación
1	14,437	88.6
2	14,700	83.5
3	14,519	81.6
4	14,760	77.3

*Tabla 8: Densidad promedio de los polígonos de Voronoi por escenario y por estación*

Como se puede observar en la tabla 8, la densidad promedio entre cada uno de los primeros cuatro escenarios es menor en la red actual con 14,437 hab/km<sup>2</sup>, y la densidad promedio en el escenario 4 es mayor, con 14,760 hab/km<sup>2</sup>, lo que se hizo entonces fue calcular la densidad promedio por estación, ya que cada escenario tiene un número diferente de estaciones, el primer escenario, que es la red actual del Metro tiene 163 estaciones, con lo que la densidad por estación queda en 88.6 hab/km<sup>2</sup>, el escenario 2, que es la red actual más la primera línea propuesta queda con una densidad de 83.5 hab/km<sup>2</sup>, el escenario 3, que es la red actual más la segunda línea propuesta queda con una densidad de 81.6 hab/km<sup>2</sup> y el escenario 4, que es la red actual más las dos líneas propuestas queda con una densidad de 77.3 hab/km<sup>2</sup>, que es la menor de las 4.

Con lo anterior se puede concluir que el escenario 4 es la mejor opción para lograr hacer una mejor distribución de los usuarios a los largo de la red, pero al ser la opción con ambas líneas propuestas, el costo de su realización puede ser un factor en contra, ya que el costo por kilómetro de Metro varía entre 40 y 90 millones de dólares, (Dirección de Movilidad y Transporte, 2019), por lo que el costo de realizar ambas líneas oscilaría entre 1,200 y 2,700 millones de dólares (tomando en cuenta que este costo aumenta debido a que la mayoría de las veces el Metro se construye bajo la superficie o elevado, ya que sus dimensiones hacen difícil construirlo a nivel de suelo), por lo tanto una alternativa viable y que también ayuda a la mejor distribución de los usuarios a lo largo de la red del metro sería el escenario 3, que incluye la segunda propuesta de nueva línea del metro, la cual tendría un costo entre 652 y 1,467 millones de dólares.

CAPÍTULO IV:  
CONCLUSIONES Y  
PERSPECTIVAS

Como se pudo observar con la elaboración de las gráficas, el valor arrojado por el ajuste no sufre cambios considerables en ninguno de los escenarios planteados, lo anterior puede responder al hecho de que a pesar de la creación de las nuevas estaciones, aún existen muchas con un área muy grande comparada con el área media de la mayoría de las estaciones, esto hace que la curva de la gráfica no pueda tender a una recta.

La elaboración de los mapas con la densidad poblacional brinda un panorama más gráfico de la modificación que sufre la red actual al añadir las líneas del Metro propuestas, se puede apreciar que a pesar de que existe una diferencia clara, el impacto en toda la red en su conjunto no es de grado mayor.

Al hacer el cálculo de la densidad por número de estaciones, se pudo observar que el escenario 4, que es la red actual más ambas líneas propuestas en este trabajo, es la opción que tiene una mejor distribución de los usuarios a lo largo de la red del metro, pero al ser la opción con ambas líneas, también es la más costosa, por lo cual una alternativa más viable es el escenario 3, que está conformado por la red actual más la segunda línea propuesta, la cual también disminuye el número de usuarios por estación, lo que deriva en un mejor servicio proporcionado para los usuarios, además de repartir la demanda a lo largo de la red.

Una posible solución a este panorama sería eliminar de forma indiscriminada las estaciones con las áreas que generan estos problemas, la mayoría de las cuales se encuentran en la parte periférica de la red y muchas de ellas específicamente fuera de la CDMX, por lo tanto, se procedería a limitar el área de estudio únicamente al área comprendida por la Ciudad de México y tratar con esto de generar áreas más homogéneas entre todas las estaciones.

Para poder proponer soluciones aún más completas e integrales, se podría hacer uso de los llamados polígonos de Voronoi pesados, éstos, (a diferencia de los utilizados en este trabajo, en el cuál a la hora de su elaboración sólo se tomó en cuenta el área y posteriormente con esa información se elaboraron los mapas de densidad poblacional), pueden tomar en cuenta más aspectos a evaluar a la hora de su elaboración, aspectos como área pero también densidad poblacional al mismo tiempo.

Otro aspecto que se podría trabajar a futuro, tomando como base este trabajo, podría ser la elaboración de propuestas similares pero en la zona norte de la ZMVM, donde se pudo observar que al igual que en la zona oriente y suroriental, existían regiones con grandes áreas arrojadas por los polígonos de Voronoi, lo cual indica que es un área con características similares a nuestra zona de estudio, ya que también es zona limítrofe entre la CDMX y el EdoMéx, además de la afluencia de usuarios que transitan dicha zona para desplazamientos laborales, de educación o recreación, por mencionar algunos.

Es importante destacar que el mismo plan maestro de 1985 ya visualizaba este panorama, tanto así que de las 15 líneas propuestas en dicho plan, las líneas 5, 6, 7, 10 y 15 eran tanto ampliaciones como creación de nuevas líneas del Metro en la zona norte, esto para lograr satisfacer la proyección de la demanda creciente que habría en dicha zona.

Dentro de los proyectos del Plan Maestro 2018 se contemplaba la ampliación de la línea 4 en el tramo de Santa Anita a Periférico (a), y la ampliación de la línea 8, de Constitución de 1917 a Santa Marta (f), dichas alternativas se dan en el área por donde pasa la propuesta de la línea 14, planteada en este trabajo recepcional, propuesta que se planteó analizando diversos puntos como el área de cobertura, uso de suelo, población, densidad poblacional, con el mismo fin de equilibrar la demanda de las líneas existentes en el área.

Cabe señalar que el uso del software QGis, fue de gran ayuda para la elaboración de las líneas propuestas en este trabajo, y puede seguir siendo una gran herramienta de análisis que permita no sólo tomar en cuenta aspectos tomados en este trabajo (áreas, uso de suelo, población, densidad poblacional, etc.), sino muchas otras variables de análisis que permitan que las propuestas sean aún más completas e integrales y puedan brindar mejores soluciones al problema de saturación y movilidad por el que está pasando la actual Red del Metro.

Al retomar lo publicado en el Plan Maestro del Metro de 1985, así como el plan de 2018, se puede obtener información que permite llegar a varias conclusiones. Como se planteó con anterioridad, el Plan Maestro de 1985 con horizonte a 2010, era un plan

integral que no sólo contemplaba ampliaciones a las líneas existentes, sino la creación de nuevas líneas que permitirán equilibrar la demanda, satisfacer y eficientar la movilidad de los usuarios. Tal plan nunca se llevó a cabo en su totalidad, por lo que en 2018, se elaboró un nuevo Plan Maestro del Metro con visión a 2030.

Este nuevo proyecto plantea algunos trabajos a realizar como la modernización, ampliación y conservación de la infraestructura existente, mantenimiento del material rodante, modernización de sistemas, mantenimiento de instalaciones fijas, incremento de la plantilla del personal de vigilancia, modernización/sustitución del equipo de video vigilancia, la Formulación del Programa Institucional del STC 2019-2024, así como la Ampliación de la oferta del servicio en el STC, para obtener una red equilibrada.

Se puede ver una clara diferencia entre el Plan Maestro de 1985 y el Plan Maestro de 2018, lo proyectado por el plan de 1985 visualizaba una red más amplia e integral que en conjunto permitiera no sólo una mayor cobertura del sistema de transporte, sino también el equilibrio en la distribución de viajes y usuarios de la red, en cambio se puede apreciar que el plan de 2018, está centrado casi en su totalidad en el mantenimiento de la red existente, con algunas propuestas de ampliación, pero mínimas en comparación con las propuestas en el de 1985.

Es importante resaltar la importancia del mantenimiento y modernización de la red actual, pero el problema del Metro se ve rebasado por las políticas públicas en torno al tema del transporte, ya que para poder plantear un plan tan ambicioso como el de 1985, se necesita destinar una gran inversión no sólo para el mantenimiento mencionado anteriormente, sino también para la ampliación que permita en verdad solucionar el problema actual del colapso de este sistema de transporte, ya que la oferta está completamente rebasada por la demanda.

Para la propuesta realizada en este trabajo, se usaron los diagramas de Voronoi, que al ser una herramienta de análisis, permiten dividir el espacio en polígonos, de los cuáles se puede obtener información tanto como para análisis como para propuesta de acciones o soluciones a diversas problemáticas, en este sentido, dentro del tema abordado para la posible ampliación de la Red del Metro, los diagramas de Voronoi

permitieron identificar las zonas tanto con la mayor área de cobertura dentro de la red, como las de mayor densidad poblacional.

Se crearon dos propuestas de nuevas líneas del Metro, una en la zona oriente y otro en la zona suroriente, esta última alternativa se ubica en la misma zona en la que el Plan de 2018 sugirió las ampliaciones *a* y *j* de su proyecto realizado utilizando el software EMME4, el cual sólo señala la localización de la ampliación pero no fija, por ejemplo, las estaciones de ésta; a diferencia de lo propuesto en este trabajo, donde se realiza no sólo la propuesta de la zona donde se ubicaría la nueva línea del Metro, sino también se señala la ubicación de cada una de las estaciones por las cuales estaría conformada, esto con el fin de maximizar la distancia entre las estaciones propuestas y las existentes; lo que en principio ayudaría a distribuir la demanda en dicha zona.

Con lo anterior, se pudieron crear alternativas de solución que buscan evitar la saturación de las estaciones de la Red con más densidad poblacional, para poder así brindar un mejor servicio a los usuarios de este transporte.

El plan de 1985 también contenía propuestas en nuestra zona de estudio, como se muestra a continuación:

- Línea 4: ampliación Santa Anita-Santa Ana: Esta línea se encuentra al Sur-Oriente de la ciudad que tenía sentido de Norte a Sur.
- Línea 8: Se planteó que estuviera al nororiente de la ciudad con sentido de Norte a Sur, para después tomar el sentido de Poniente a Oriente.
- Línea 11: Se encontraba ubicada al sur de la ciudad con sentido Poniente-Oriente.
- Línea 12: Se tenía planeado que estuviera al Sur de la CDMX en sentido Poniente – Oriente.
- Línea 13: Iba a correr al sur de la ciudad de Poniente a Oriente.
- Línea 14: Se tenía planeado que estuviera al Oriente de la Ciudad de México, que corriera de Norte a Sur.

Con lo anterior queda claro que desde ese tiempo, estaba clara la necesidad de realizar obras en esa zona de la CDMX que permitieran que el servicio del STC fuera más amplio y mejor distribuido y como se puede observar, la cantidad de obras a realizar en la zona oriente, sur y suroriente, eran considerables.

Es importante destacar que las propuestas implementadas en este trabajo, fueron realizadas tomando en cuenta tanto aspectos poblacionales, de uso de suelo, áreas de servicio, y que lo que se busca con ellas es desahogar en la medida de lo posible la saturación en la que vive actualmente el STC, en este caso, en la zona suroriente, que es esa zona tiene conexión con el Estado de México y es un lugar de mucha afluencia tanto de entrada y salida de usuarios que transitan esa área por motivos laborales, escolares, de entretenimiento, entre otras.

También es un área no sólo muy poblada (debido a que se encuentra en la alcaldía Iztapalapa, la cual tiene la mayor cantidad de habitantes en la CDMX), sino a que es un área marginada, por lo que mejorar la movilidad en esa zona, ayudará también a mejorar la calidad de vida de los usuarios.

Con todo lo visto anteriormente, queda claro que desde hace muchos años el STC Metro, a pesar de ser una gran opción como modo de transporte, ha quedado rebasado debido a la demanda que ha ido aumentando año con año, esto debido no sólo a la extensión de la mancha urbana, sino también a la falta de opciones seguras dentro del transporte.

Se necesita hacer una planeación y reestructuración integral de dicho sistema de transporte para que pueda llegar a ser no sólo una opción eficaz, sino rápida, segura y con la capacidad necesaria para atender a los usuarios que la usan como modo de transporte dentro de la ZMVM.

## Referencias

- Alonso Sarría, F. (2013). *Sistemas de Información Geográfica*. Obtenido de Universidad de Murcia: <https://www.um.es/geograf/sigmur/sigpdf/temario.pdf>
- Barabasi, A.-L. (21 de Julio de 2016). *barabasi.com*. Obtenido de Network Science: <https://barabasi.com/book/network-science>
- CEDRUS. (18 de Septiembre de 2019). *CEDRUS*. Obtenido de Polígonos de Voronoi: <https://cedrus-unam.blogspot.com/2019/09/poligonos-de-voronoi.html>
- Comisión Ambiental de la Megalópolis. (09 de Octubre de 2018). *Gobierno de México*. Obtenido de La mancha urbana de la Megalópolis: <https://www.gob.mx/comisionambiental/es/articulos/la-mancha-urbana-de-la-megalopolis?idiom=es#:~:text=El%20avance%20territorial%20de%20la,un%20incremento%20general%20de%2017%25>.
- De Berg, M. e. (2008). *Computational Geometry. Algorithms and Applications*. Springer.
- Dirección de Movilidad y Transporte. (Marzo de 2019). *Secretaría de Energía*. Obtenido de Opciones para el transporte masivo de personas: [https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/450933/ficha4opcionesparaeltransportemasivodepersonas\\_2.pdf](https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/450933/ficha4opcionesparaeltransportemasivodepersonas_2.pdf)
- Grima, C. (23 de Diciembre de 2011). *NAUKAS*. Obtenido de Cada uno en su región y Voronoi en la de todos: <https://naukas.com/2011/12/23/cada-uno-en-su-region-y-voronoi-en-la-de-todos/>
- Grima, C. (08 de Mayo de 2017). El diagrama de Voronoi, la forma matemática de dividir el mundo. *ABC*.
- IBERDROLA. (2022). *IBERDROLA*. Obtenido de Megaciudades, un reto de futuro: <https://www.iberdrola.com/sostenibilidad/megaciudades-nucleos-urbanos#:~:text=QU%C3%89%20ES%20UNA%20%27MEGACIUDAD%27%20>
- INEGI. (2017). *INEGI*. Obtenido de Encuesta Origen-Destino en Hogares de la Zona Metropolitana del Valle de México (EOD) 2017: [https://www.inegi.org.mx/contenidos/programas/eod/2017/doc/resultados\\_eod\\_2017.pdf](https://www.inegi.org.mx/contenidos/programas/eod/2017/doc/resultados_eod_2017.pdf)
- INEGI. (2018). *INEGI*. Obtenido de Delimitación de las zonas metropolitanas de México 2015: [https://www.inegi.org.mx/contenido/productos/prod\\_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/nueva\\_estruc/702825006792.pdf](https://www.inegi.org.mx/contenido/productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/nueva_estruc/702825006792.pdf)
- INEGI. (2021). *INEGI*. Obtenido de Marco Geoestadístico : <https://www.inegi.org.mx/temas/mg/>
- INEGI. (2022). *Cuéntame...* Obtenido de Mapa de CDMX. División por demarcación territorial: [https://cuentame.inegi.org.mx/mapas/pdf/entidades/div\\_municipal/cdmx\\_demarcaciones\\_byn.pdf](https://cuentame.inegi.org.mx/mapas/pdf/entidades/div_municipal/cdmx_demarcaciones_byn.pdf)
- Lynch, P. (23 de Enero de 2017). *How Voronoi diagrams help us understand our world*. Obtenido de The Irish Times: <https://www.irishtimes.com/news/science/how-voronoi-diagrams-help-us-understand-our-world-1.2947681>

- Martínez, U. (Marzo de 2015). *Academia*. Obtenido de Aplicación de la Geometría Computacional en la Reconstrucción 3D Basada en Diagramas de Voronoi:  
[https://www.academia.edu/37237822/Aplicaci%C3%B3n\\_de\\_la\\_Geometr%C3%ADa\\_Computacional\\_en\\_la\\_Reconstrucci%C3%B3n\\_3D\\_Basada\\_en\\_Diagramas\\_de\\_Voronoi](https://www.academia.edu/37237822/Aplicaci%C3%B3n_de_la_Geometr%C3%ADa_Computacional_en_la_Reconstrucci%C3%B3n_3D_Basada_en_Diagramas_de_Voronoi)
- Nolasco, E. V. (Diciembre de 2020). *Repositorio Institucional de la Universidad de El Salvador*. Obtenido de GEOMETRÍA COMPUTACIONAL: DIAGRAMAS DE VORONOI.:  
<https://ri.ues.edu.sv/id/eprint/22438/1/GEOMETR%C3%8DA%20COMPUTACIONAL%20DIAGRAMAS%20DE%20VORONOI.pdf>
- Olaya, V. (2012). *Sistemas de Información Geográfica*. Creative Common Atribución.
- ONU. (10 de Julio de 2014). *ONU, Departamento de asuntos económicos y sociales*. Obtenido de Más de la mitad de la población vive en áreas urbanas y seguirá creciendo:  
<https://www.un.org/development/desa/es/news/population/world-urbanization-prospects-2014.html>
- Ortega del Campo, L. (Marzo de 2020). *Diagramas de Voronoi, ¿qué centro de salud tengo más cerca?* Obtenido de UCrea:  
<https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/18885/OrtegaDelCampoLucia.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Portal de Datos Abiertos. (12 de Enero de 2021). *Portal de Datos Abiertos*. Obtenido de Ubicación de líneas y estaciones del Sistema de Transporte Colectivo Metro: Ubicación de líneas y estaciones del Sistema de Transporte Colectivo Metro
- Quintana Isaac, B. (2019). La decisión de construir el metro de la Ciudad de México. *Sociedad Mexicana de Ingeniería Geotécnica*, 52.
- Saracho Luna, A., & Castaño Meneses, V. M. (Noviembre de 2017). *Teoría de Grafos*. Obtenido de Academia de Ingeniería México:  
[https://www.ai.org.mx/sites/default/files/teoria\\_de\\_grafos\\_.pdf](https://www.ai.org.mx/sites/default/files/teoria_de_grafos_.pdf)
- Secretaría de Desarrollo Agrario, Territorial y Urbano; Consejo Nacional de Población; Instituto Nacional de Estadística y Geografía. (Febrero de 2018). *INEGI*. Obtenido de Delimitación de las zonas metropolitanas de México 2015:  
[https://www.inegi.org.mx/contenido/productos/prod\\_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/nueva\\_estruc/702825006792.pdf](https://www.inegi.org.mx/contenido/productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/nueva_estruc/702825006792.pdf)
- Sistema de Transporte Colectivo. (27 de Diciembre de 2015). *twitter*. Obtenido de MetroCDMX:  
<https://twitter.com/MetroCDMX/status/681172728624226305>
- Sistema de Transporte Colectivo. (2018). *Plan Maestro del Metro 2018-2030*. Obtenido de metro.cdmx.gob.mx:  
[https://metro.cdmx.gob.mx/storage/app/media/Metro%20Acerca%20de/Mas%20informacion/planmaestro18\\_30.pdf](https://metro.cdmx.gob.mx/storage/app/media/Metro%20Acerca%20de/Mas%20informacion/planmaestro18_30.pdf)
- Sistema de Transporte Colectivo. (19 de Junio de 2019). *Sistema de Transporte Colectivo*. Obtenido de Hace 52 años inició la construcción de la Red del Metro:  
<https://www.metro.cdmx.gob.mx/comunicacion/nota/hace-52-anos-inicio-la-construccion-de-la-red-del-metro>

Sistema de Transporte Colectivo. (2022). *Sistema de Transporte Colectivo*. Obtenido de Operación en el metro: Sistema de Transporte Colectivo

Solomonoff, R. R. (Junio de 1951). *raysolomonoff.com*. Obtenido de CONNECTIVITY OF RANDOM NETS: <http://raysolomonoff.com/publications/50.pdf>

Vaidehi, J. (20 de Marzo de 2017). *medium.com*. Obtenido de A gentle introduction to graph theory: <https://medium.com/basecs/a-gentle-introduction-to-graph-theory-77969829ead8>